

**EIN BEITRAG ZUR BESCHREIBUNG TURBULENTER
SCHERSCHICHTEN MIT GESTÖRTER TURBULENZSTRUKTUR**

D i s s e r t a t i o n
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor - Ingenieur
genehmigt von der Fakultät für Maschinenbau
der Ruhr-Universität Bochum

von
Dipl.-Ing. Siegfried Kiske

Bochum 1983



EIN BEITRAG ZUR BESCHREIBUNG TURBULENTER
SCHERSCHICHTEN MIT GESTÖRTER TURBULENZSTRUKTUR

Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
genehmigt von der Fakultät für Maschinenbau
der Ruhr-Universität Bochum

von
Dipl.-Ing. Siegfried Kiske

Bochum 1983

Referent: Priv.-Doz. Dr.-Ing. V. Vasanta Ram

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. K. Gersten

Tag der mündlichen Prüfung: 20.7.1983

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1978 bis 1982 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Thermo- und Fluidodynamik der Ruhr-Universität Bochum.

Ich möchte an dieser Stelle allen danken, die zum Zustandekommen dieser Arbeit beigetragen haben. Mein besonderer Dank gilt Herrn Privatdozent Dr.-Ing. V. Vasanta Ram und Herrn Professor Dr.-Ing. K. Gersten für die Betreuung dieser Arbeit bzw. für die Übernahme des Korreferats.

Übersicht

Zur Beschreibung turbulenter Scherschichten mit gestörter Turbulenzstruktur werden experimentelle und theoretische Untersuchungen unter unterschiedlichen Gesichtspunkten durchgeführt.

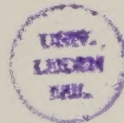
Aufbauend auf die Analyse experimenteller Ergebnisse wird für eine wichtige Klasse von Strömungen, die durch gemeinsame Eigenschaften bezüglich des gestörten Zustands der Turbulenzstruktur gekennzeichnet ist, ein Berechnungsverfahren vorgestellt, in dem wesentliche physikalische Eigenschaften der Strömung beim Rückstellvorgang zur im Gleichgewicht befindlichen Turbulenzstruktur durch empirische Gesetze und Konstanten vorgegeben werden.

Eine detailliertere Untersuchung der physikalischen Vorgänge in Scherschichten mit gestörter Turbulenzstruktur wird am Beispiel einer der ausgebildeten Kanalströmung aufgeprägten periodischen Störbewegung experimentell und theoretisch durchgeführt.

Der theoretische Teil der Untersuchung basiert auf der Abschätzung der Größenordnung von Termen der von der Zeit abhängenden Gleichung, die das Verhalten der Störbewegung beschreibt. Die besondere Bedeutung dieser Art der Untersuchung ist dadurch begründet, daß der Einfluß charakteristischer "zeitlicher" Größen (z.B. die Frequenz der Störbewegung) auf das Abklingverhalten der Störung untersucht werden kann.

INHALTSVERZEICHNIS

1. Einleitung	1
2. Grundgleichungen	2
3. Kennzeichnung turbulenter Strömungen mit im Gleichgewicht befindlicher und gestörter Turbulenzstruktur	13
4. Schichtenkonzept zur Beschreibung einer Klasse von Strömungen mit stark gestörter Turbulenzstruktur	19
4.1 Analyse von experimentellen Daten zur Bestimmung der Schichtenstruktur	22
4.1.1 Die Grenzschicht nach einer plötzlich veränderten Wandbeschaffenheit	23
4.1.1.1 Eigenen Versuche	23
4.1.1.2 Meßergebnisse	26
4.1.1.3 Diskussion der Meßergebnisse	33
4.1.2 Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf	35
4.1.2.1 Auswertung der Meßergebnisse von Pot	38
4.1.2.2 Diskussion der Meßergebnisse	44
4.1.3 Der ebene, symmetrische Nachlauf in Körperrnähe	45
4.1.3.1 Auswertung der Meßergebnisse von Pot und Ramaprian et al	46
4.1.3.2 Diskussion der Meßergebnisse	53
4.1.4 Gemeinsame Eigenschaften der untersuchten Strömungskonfigurationen	54
4.2 Konzept zur Berechnung turbulenter Scherschichten unter Berücksichtigung der Schichtenstruktur	55
4.2.1 Entrainment in turbulenten Scherschichten mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur	58



4.2.2 Entrainmentkonzept für die Ausbreitung einer inneren Mischungsschicht	65
4.3 Das Berechnungsverfahren	67
4.4. Anwendung des Rechenverfahrens	69
4.4.1 Die Grenzschicht nach einer plötzlichen Änderung der Wandbeschaffenheit	69
4.4.2 Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf	74
4.4.3 Der Nachlauf in Körperrnähe	78
4.4.4 Diskussion der Rechenergebnisse	84
5. Untersuchung des Relaxationsverhaltens einer der ausgebildeten turbulenten Kanalströmung überlagerten kleinen Störung	86
5.1 Experimentelle Untersuchung	87
5.1.1 Messungen	90
5.1.2 Meßergebnisse	
5.2 Theoretische Untersuchung	105
5.2.1 Quasilaminare Betrachtung	105
5.2.2. Turbulenzgerechte Betrachtung	111
5.2.2.1 Skalierungseigenschaften der Turbulenz- bewegung in einer ausgebildeten Kanal- strömung	112
5.2.2.2 Skalierungseigenschaften einer der ausgebildeten Kanalströmung aufge- prägten kleinen Störung	116
5.2.2.2.1 Das Nahfeld	119
5.2.2.2.2 Das Fernfeld	124
6. Zusammenfassung	129
7. Literaturverzeichnis	131

Bezeichnungen

b	Nachlaufbreite
c_e	Entrainmentkoeffizient s. Gl. (23)
c_f	Wandschubspannungsbeiwert s. Gl. (19)
EK	Entrainmentkonstante
$E_{u_i u_j}$	Energiedichte von $u_i u_j$
H	Kanalhöhe
H12	Formparameter $H_{12} = \delta^*/\theta$
k_s	äquivalente Wandrauhigkeit
L_m	charakteristische Länge s. Gl. (58)
l_m	Mischungsweglänge s. Gl. (13)
$L_{s \times N}$	char. Länge im Nahfeld s. Gl. (65)
L_{syN}	char. Länge im Nahfeld s. Gl. (65)
$L_{s \times F}$	char. Länge im Fernfeld s. Gl. (73)
L_{syF}	char. Länge im Fernfeld s. Gl. (73)
L_{szF}	char. Länge im Fernfeld s. Gl. (73)
P	Druck
$\bar{P}$	zeitl. gem. Druck s. Gl. (4)
$\langle P \rangle$	zeitl. gem. Druck s. Gl. (48)
P_t	Druckschwankung s. Gl. (47)
p_s	Druckschwankungsstörung s. Gl. (63)
$\tilde{p}_s$	dim.-lose Druckschwankung s. Gl. (58)
$\tilde{\tilde{p}}_s$	dim.-lose Druckschwankungsstörung s. Gl. (65)
$\hat{p}_s$	dim.-lose Druckschwankungsstörung s. Gl. (73)
t	Zeit

$\check{v}_t$	dim.-lose Zeit s. Gl. (59)
$\sim t$	dim.-lose Zeit s. Gl. (61)
U_i	Geschwindigkeitskomponente in x_i -Richtung $i=(1,2,3)$
$\bar{U}_i$	zeitl. gemittelte Geschw.-komponente s. Gl (4)
$\langle U \rangle$	zeitl. gemittelte Geschw.-komponente s. Gl. (48)
U_e	Geschw. am Grenzschichtaußenrand
U_∞	Anströmgeschwindigkeit
U_{Ki}	zeitl. gem. Geschw.komponente s. Gl. (63)
$\check{U}_i$	dim.-lose zeitl. gem. Geschwindigkeit s. Gl. (58)
u_i	Schwankungskomponente s. Gl. (3)
u_{Ki}	Schwankungskomponente s. Gl. (63)
$\check{u}_i$	dim.lose Schwankungskomponente s. Gl. (58)
u_{sN}	Bezugsgeschw. im Nahfeld s. Gl. (66)
u_{sF}	Bezugsgeschw. im Fernfeld s. Gl. (75)
u_τ	Charakt. Geschwindigk. für die Schwankungsbew.
$u_{\tau w}$	Wandschubspannungsgeschwindigkeit
$u_i u_j$	Reynoldsscher Spannungstensor, $i=1,2,3$ $j=1,2,3$
$\bar{V}_i$	zeitl. gem. Geschw.-komponente der Störung s. Gl. (63)
$\sim V_i$	dim.-lose Geschw.-komponente s. Gl. (65)
$\hat{V}_i$	dim.-lose Geschw.-komponente s. Gl. (73)
v_i	zeitabh. Komponente der Geschw.-störung s. GL. (63)
$\check{v}_i$	dim.-lose Geschw.-störung in Nahfeld s. Gl. (65)
$\hat{v}_i$	dim.-lose Geschw.-störung im Fernfeld s. Gl. (73)
x_i	kartesische Koordinaten $i=1,2,3$
$\check{x}_i$	dim.-lose Koordinaten s. Gl. (59)

$\tilde{x}_i$	dim.-lose Koordinaten s. Gl. (69)
$\hat{x}_i$	dim.-lose Koordinaten s. Gl. (74)
δ	Grenzschichtdicke
δ_3	Scherschichtdicke
δ_1	Schichtdicke
δ_2	Schichtdicke
δ_0	Grenzschichtdicke bei $x_1 = 0$
δ^*	Verdrängungsdicke
$\Delta \bar{U}_1$	Geschwindigkeitsdefekt $\Delta \bar{U}_1 = U_\infty - \bar{U}_1(x_2)$
$\Delta U_{\max}$	maximaler Geschw.defekt im Nachlauf
ϵ_s	Störparameter
θ	Impulsverlustdicke s. Gl. (18)
ν	kinematische Viskosität
ν_t	Wirbelviskosität s. Gl. (12)
ω_τ	natürliche Turbulenzfrequenz s. Gl. (62)
ω_s	Störfrequenz
ρ	Dichte
τ_w	Wandschubspannung

Indices

F	Fernfeld
m,max	maximal
N	Nahfeld
s	Störung

t	turbulent
0	an der stelle $x_1 = 0$
3	Anströmung
< >	skalengerecht gemittelt s. Gl. (88)
-	zeitlich gemittelt s. Gl. (88)
✓	dimensionslose Größe in der ungestörten Kanalströmung
~	dimensionslose Größe im Nahfeld
^	dimensionslose Größe in Fernfeld

1. Einleitung

Die meisten in der Natur und in der Technik auftretenden Strömungen sind turbulent. Beispiele sind die Grenzschicht der Erde, Strömungen in Flüssen, Gezeitenströmungen, Grenzschichtströmungen an Flugzeugtragflügeln und die Strömung in Rohren und Diffusoren. Kennzeichen der Turbulenz ist eine der zeitlich gemittelten Bewegung überlagerte Schwankungsbewegung, die grundsätzlich dreidimensional, drehungsbehaftet und instationär verläuft. Diese Schwankungsbewegung hat einen wesentlichen Anteil am Strömungsverhalten. So ist der Reibungswiderstand umströmter Körper bei turbulenter Strömung bedeutend größer als bei laminarer. Andererseits kann durch die Turbulenz die Ablösung der Strömung verzögert oder ganz verhindert werden, was zu einer maßgeblichen Verringerung des Druckwiderstands führt. Bei der Bewältigung von Entwurfsproblemen ist es bedeutend, wesentliche Strömungsgrößen wie Wandschubspannung, Wärmeübergang, Verdrängungsdicke etc. berechnen zu können.

Für die Berechnung turbulenter Scherschichten existieren heute Berechnungsverfahren, die immer dann gute Ergebnisse liefern, wenn die Turbulenzstruktur sich im - oder nahe dem Gleichgewicht mit der zeitlich gemittelten Bewegung befindet. Dieser Zustand, auch örtliches Gleichgewicht genannt, wird immer dann erreicht, wenn die Scherschicht ausreichend Zeit hatte, sich in einer natürlichen Art und Weise zu entwickeln.

Im Gegensatz dazu existieren in praktisch wichtigen Anwendungsfällen Scherschichten, in denen die Turbulenzstruktur durch meist plötzlich auftretende äußere Einwirkungen gestört wird. In den Bildern 1a - 1c sind solche Strömungsbeispiele dargestellt. Geordnet nach der Ursache der Störung lassen sich die folgenden äußeren Einwirkungen aufzäh-

len:

1. plötzliche Änderung des aufgeprägten Drucks in der Scherschicht (Bild 1a)
2. Auftreten eines abgelösten Gebiets in Verbindung mit Wiederanlegen (Bild 1b)
3. plötzliche Änderung einer Randbedingung (Bild 1c)

Es weisen als Vertreter für die vom Druckfeld verursachten Störungen die Grenzschicht hinter einem Verdichtungsstoß eine gestörte Turbulenzstruktur auf wie die relaminarisierende Grenzschicht, die häufig bei sehr starken Beschleunigungen, wie in einer Düse auftritt.

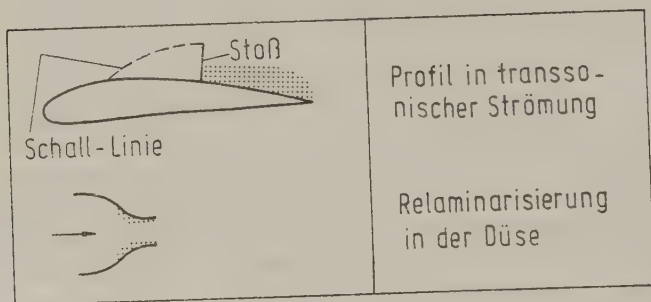


Bild 1a: Beispiele für vom Druckfeld verursachte Störungen, ~~unterhalb~~ gestörtes Gebiet

Die durch Ablösung und Wiederanlegen der Strömung hervorgerufene Störung kommt sehr häufig in technischen Anwendungen

vor. Die Ablösung kann sowohl von der Geometrie hervorgerufen sein (wie z.B. an einer zurückspringenden Stufe) oder durch einen Verdichtungsstoß an einem Tragflügel induziert sein. Nach dem Wiederanlegen weist die Strömung über eine beträchtliche Länge eine gestörte Turbulenzstruktur auf (siehe z.B. Wauschkuhn und Vasanta Ram (1975)).

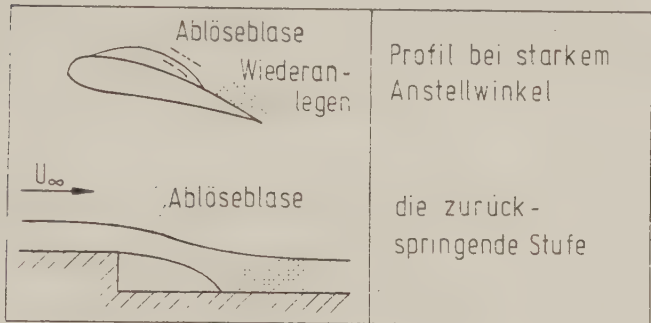


Bild 1b: Beispiele für durch Ablösung und Wiederanlegen verursachte Störung, ~~Wand~~ gestörtes Gebiet

Die an dritter Stelle genannte Art der Störung, nämlich die plötzliche Änderung einer Randbedingung an der Wand oder im Scherschichtaußenrand ist anzutreffen bei meteorologischen Strömungen, wie beim Übergang der Erdgrenzschicht von einer Wasserfläche auf ein bewaldetes Gebiet oder bei Flugzeugtragflügeln mit einer teilweise vereisten Oberfläche. Weitere Beispiele sind der Nachlauf in Körpernähe wegen des plötzlichen Wegfalls der Haftbedingung an der Wand, sowie das Zusammenwachsen zweier unterschiedlicher Strömungen, weil sich hier am Ort des Zusammentreffens die Lage der Randbedingung am Scherschichtaußenrand plötzlich ändert.

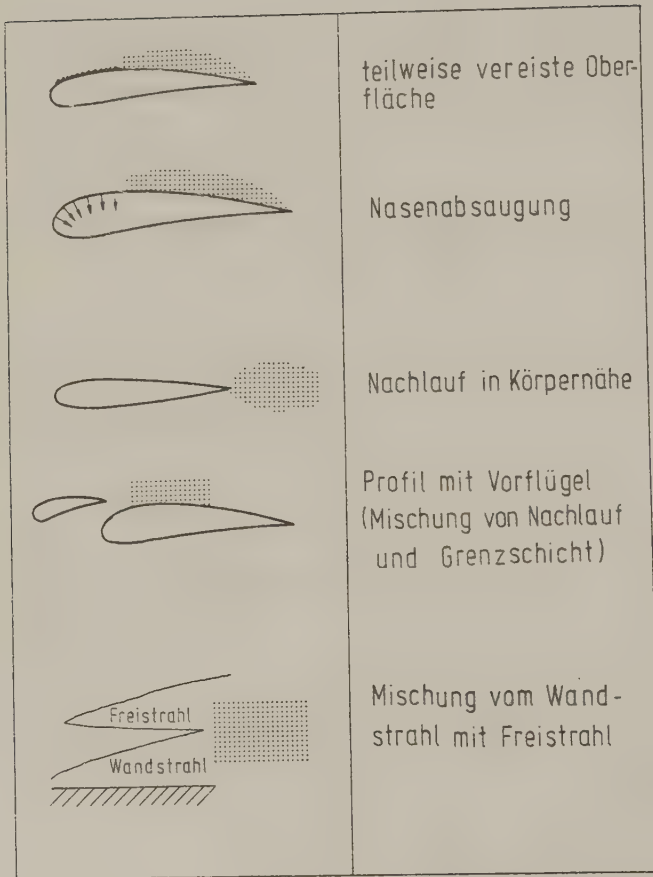


Bild 1c: Beispiele für Strömungen mit plötzlicher Änderung einer Randbedingung an der Wand oder am Außenrand der Scherschicht,  gestörter Bereich

Eine in der Praxis sehr bedeutende Konsequenz besteht darin, daß Rechenverfahren oft nicht in der Lage sind, wesentliche Strömungsgrößen in turbulenten Scherschichten mit gestörter Turbulenzstruktur voraussagen zu können. Ein Beispiel dafür ist einer Arbeit von Wauschkuhn und Vasanta Ram (1975) entnommen und zeigt in Bild 2 Ergebnisse der Berechnung für die Grenzschicht nach dem Wiederaanlegen der Strömung an einer zurückspringenden Stufe im Vergleich zu Messungen. Die Berechnung wurde mit dem Verfahren nach P. Bradshaw durchgeführt. Der Verlauf der Wandschubspannung kann nicht befriedigend berechnet werden.

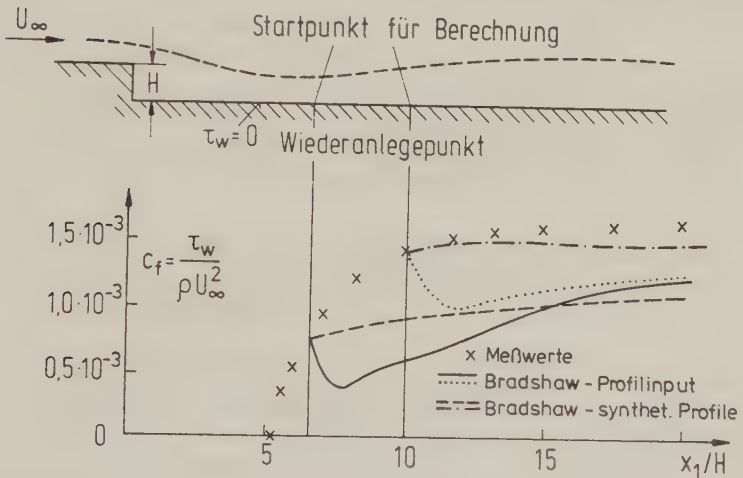


Bild 2: Die Grenzschicht nach dem Wiederaanlegen in der Strömung an einer zurückspringenden Stufe. Vergleich Messung von P. Wauschkuhn, V. Vasanta Ram (1975) mit Berechnungen nach P. Bradshaw

Die Begriffe "Profilinput" und "synthetische Profile" entsprechen unterschiedlichen Programmversionen des Bradshaw-

Verfahrens. Ein weiteres Beispiel ist einer Arbeit von Rodi (1980) entnommen. Es zeigt in Bild 3 den Vergleich von Berechnung und Messung der maximalen Defektgeschwindigkeit in einem axialsymmetrischen Nachlauf. Die Berechnung zeigt bei Benutzung des allgemeinen $k-\epsilon$ Modells erstaunlich große Berechnungsfehler und es ist eine strömungsspezifische Modifikation des Rechenverfahrens erforderlich, um die Meßdaten reproduzieren zu können.

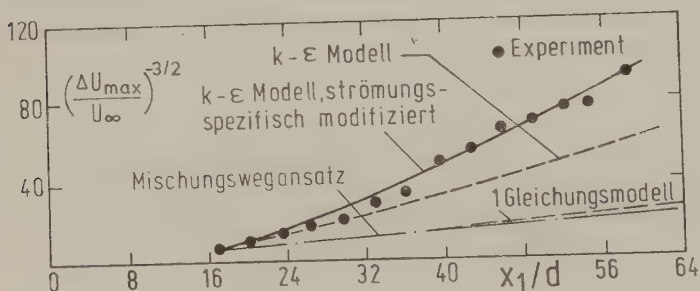


Bild 3: Entwicklung der maximalen Defektgeschwindigkeit $\Delta U_{\max}$ in einem rotationssymmetrischen Nachlauf. Vergleich von Experimenten nach Demetriades (1972) mit Berechnungen nach Launder et al. (1973)

Ein wesentlicher Grund für das Versagen der Berechnungsverfahren liegt in deren Struktur begründet. Wegen der zeitlichen Mittelung der zu Grunde liegenden Ausgangsgleichungen (Navier-Stokes-Gleichungen) und Modellierung der durch die Mittelung entstandenen neuen Unbekannten (Reynoldssche Spannungen) können die das Verhalten der gestörten Strömung maßgeblich bestimmenden, zeitabhängigen dynamischen Vorgänge in der Schwankungsbewegung nicht entsprechend berücksichtigt werden.

Andererseits ist eine Lösung der vollen zeitabhängigen Aus-

gangsgleichung ebenfalls nicht möglich. Aus diesen Gründen erscheint es geboten, andere Wege zu suchen, die die Grundlagen für eine Berechnungsmöglichkeit schaffen können.

Eine Möglichkeit (Vorgehensweise 1) besteht darin, in Kombination mit grundlegenden Experimenten durch die Abschätzung der Größenordnung von Termen der zeitabhängigen Gleichungen für Strömungen mit gestörter Turbulenzstruktur und dementsprechende Vereinfachung der Ausgangsgleichungen einen Einblick in wesentlichen Vorgänge beim Relaxationsverhalten - unter Relaxation wird in diesem Zusammenhang der Rückstellvorgang zur im Gleichgewicht befindlichen Turbulenzstruktur verstanden - gestörter Strömungen zu gewinnen. Wenn auch die funktionale Art des Abklingens der Störung als Ergebnis aus solch einer theoretischen Betrachtung nicht erwartet werden kann, so besteht doch die Möglichkeit, wesentliche Skalierungseigenschaften der gestörten Strömung unter Inbezugnahme typischer "zeitlicher" Eigenschaften ermitteln zu können.

Als Beispiel für diese Art des Vorgehens wird im Kapitel 5 dieser Arbeit das Relaxationsverhalten einer der ebenen, ausgebildeten turbulenten Kanalströmung überlagerten periodischen Störbewegung untersucht.

Es kann nicht erwartet werden, daß beim jetzigen Stand der Forschung die entsprechend der Vorgehensweise 1 ermittelten Ergebnisse direkt in allgemeingültige Turbulenzmodelle zur Berechnung von Strömungen mit gestörter Turbulenzstruktur bereits eingearbeitet werden können, sondern die hier aufgeführte Untersuchung kann nur als Bruchteil der notwendigen Arbeit zur Erforschung der Eigenschaften von turbulenten Scherschichten mit gestörter Turbulenzstruktur, oder generell der Eigenschaften turbulenter Scherströmungen aufgefaßt werden.

Eine weitere, praktisch relevante Möglichkeit (Vorgehens-

weise 2) zum Studium von Strömungen mit gestörter Turbulenzstruktur besteht in der experimentellen Untersuchung von in der Natur und Technik auftretenden entsprechenden Strömungskonfigurationen. Lassen sich gemeinsame Eigenschaften aufdecken, so besteht die Möglichkeit, eine Klasse von Strömungen, für die die gefundenen Gemeinsamkeiten gelten, durch eine Erweiterung bestehender Rechenverfahren oder die Erstellung eines speziellen Berechnungsverfahrens berechnen zu können. Im Kapitel 4 dieser Arbeit wird dementsprechend ein mit Unterstützung durch experimentelle Ergebnisse erstelltes Berechnungsverfahren für die Klasse von Strömungen vorgestellt, die bereits als "Strömungen nach einer plötzlichen Änderung einer Randbedingung" bezeichnet worden ist.

Während die zuletzt genannte, mehr phänomenologische Art der Untersuchung in erster Linie von praktischen Beweggründen ausgeht, nämlich dem gestörten Zustand der Turbulenzstruktur zwecks Berechnung Rechnung zu tragen, ist die mit Vorgehensweise 1 bezeichnete Art eine detailliertere Fragestellung nach den Mechanismen, die für die Art des Einflusses einer Störung verantwortlich sind.

Die zum Verständnis dieser Arbeit notwendigen Grundgleichungen werden in Kapitel 2 mitgeteilt, eine ausführlichere Beschreibung der Eigenschaften von Scherschichten mit im Gleichgewicht befindlicher und gestörter Turbulenzstruktur wird in Kapitel 3 durchgeführt.

2. Grundgleichungen

Die Bewegungsgleichungen für Fluide sind aus den Erhaltungssätzen für Masse und Impuls hergeleitet worden (siehe z.B. Schlichting (1979)). Für inkompressible Strömungen

können diese Gleichungen für kartesische Koordinaten in Tensorschreibweise (zur Erläuterung der Tensornotation sei auf Rodi (1980) verwiesen) unter Beachtung der Summationskonvention wie folgt dargestellt werden.

Massenerhaltung: Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

Impulserhaltung: Navier-Stokes Gleichungen

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial (U_i U_j)}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

Hierbei ist U_i die dimensionsbehaftete, zeitabhängige Geschwindigkeitskomponente in Richtung x_i , P ist der zeitabhängige Druck und ν ist die kinematische Viskosität. Die Gleichungen (1) und (2) stellen ein geschlossenes Gleichungssystem von vier Gleichungen für die vier Unbekannten U_1 , U_2 , U_3 und P dar und beschreiben somit alle Details der turbulenten Bewegung. Dennoch ist die Berechnung obiger Gleichungen für eine reale turbulente Strömung bis heute nicht möglich. Der Grund dafür liegt in der Tatsache, daß eine Integration der Gleichungen (1) und (2) mit der für turbulente Strömungen erforderlichen Auflösung in Zeit und Raum heute noch nicht möglich ist. Dies ist ausführlich in Rodi (1980) behandelt. Aus diesen Gründen wird auf die erstmals von Osborne Reynolds vorgeschlagene statistische Methode zurückgegriffen, die nachfolgend beschrieben wird. Die in der Tat instationären Strömungsgrößen werden aufge-

teilt in einen von der Zeit unabhängigen und einen von der Zeit abhängigen Anteil.

$$U_i(x_j, t) = \bar{U}_i(x_j) + u_i(x_j, t) \quad (3)$$

$$P(x_j, t) = \bar{P}(x_j) + p(x_j, t)$$

Die von der Zeit unabhängigen Größen kann man sich durch die Anwendung der folgenden Regeln in einem Experiment zustandegekommen denken.

$$\bar{U}_i(x_j) = \frac{1}{T} \int U_i(x_j, t) dt \quad (4)$$

$$\bar{P}(x_j) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} P(x_j, t) dt$$

Die Integrationszeit T soll dabei als ausreichend groß vorausgesetzt werden, so daß die Mittelwerte unabhängig von der Zeit werden. Einsetzen der Beziehungen (3) in die Gleichungen (1) und (2) und Durchführung der Mittelung nach Vorschriften, wie sie z.B. in Schlichting (1979) oder Hinze (1975) näher beschrieben werden, liefert die folgenden Gleichungen.

Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (5)$$

Impulsgleichung:

$$\frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial (\overline{u_i u_j})}{\partial x_j} \quad (6)$$

Diese Gleichungen bilden heute noch den Ausgangspunkt für das Studium turbulenter Strömungen. Die Gleichungen beschreiben das Verhalten der zeitlich gemittelten Strömungsgrößen $\bar{u}_i$ und $\bar{p}$. Es handelt sich noch um exakte Gleichungen, da bei der Herleitung keine einschränkenden Annahmen eingeführt worden sind. Allerdings stellen die sogenannten "Reynoldsschen Gleichungen" kein geschlossenes Gleichungssystem mehr dar. Auf Grund der nichtlinearen Terme in Gleichung (2) hat der Mittelungsprozess Korrelationen der Form $\overline{u_i u_j}$ zwischen den Schwankungskomponenten eingebracht, die als neue Unbekannte zu werten sind. Physikalisch können diese neuen Unbekannten, die als "Reynoldssche Spannungen" bezeichnet werden, als zusätzliche Kräfte gedeutet werden, die den Beitrag der turbulenten Bewegung zum Transport von Impuls in der zeitlich gemittelten Bewegung repräsentieren. Zur Lösung der Gleichungen (5) und (6) ist es erforderlich, die Reynoldsschen Spannungen in Abhängigkeit der anderen auftretenden Unbekannten zu beschreiben. Dies wird als das Turbulenzproblem bezeichnet.

Es lassen sich durch Manipulation der Navier-Stokes-Gleichungen exakte Beziehungen für die Komponenten der Reynoldsschen Spannungen ableiten.

Dies soll im folgenden für das Beispiel der Normalspannungskomponente $\overline{u_1^2}$ durchgeführt werden.

Einsetzen der Beziehungen (3) in die Navier-Stokes-Gleichungen (2) liefert:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j + u_j \bar{u}_i + u_i \bar{u}_j + u_i u_j) +$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{p} + p) - \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} (\bar{u}_i + u_i) = 0 \quad (7)$$

Subtraktion der Gleichung (6) von Gleichung (7) ergibt:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i \bar{u}_j + u_j \bar{u}_i + u_i u_j - \bar{u}_i \bar{u}_j) +$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} = 0 \quad (8)$$

Multiplikation von Gleichung (8) mit u_1 liefert für $i=1$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} u_1^2 \right) + u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} u_1^2 \right) + u_1 u_j \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_j} + u_1 u_j \frac{\partial u_1}{\partial x_j} -$$

$$u_1 \frac{\partial (\bar{u}_1 u_j)}{\partial x_j} + \frac{u_1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} - \nu u_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_j \partial x_j} = 0 \quad (9)$$

Die zeitliche Mittelung von Gleichung (9) nach den Vorschriften, wie sie bei der Herleitung von Gleichung (6) angewendet worden sind, ergibt die gewünschte Beziehung für die Komponente u_1^2 des Reynoldsschen Spannungstensors $\overline{u_i u_j}$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \overline{\left(\frac{1}{2}u_1^2\right)} + \bar{u}_j \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\left(\frac{1}{2}u_1^2\right)} + \overline{u_1 u_j} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_j} + \overline{u_1 u_j} \frac{\partial u_1}{\partial x_j} + \\ \frac{u_1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} - \nu u_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_j \partial x_j} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Zur Schließung des Gleichungssystems ist es erforderlich, die wiederum als Folge der Mittelung entstandenen Trippelkorrelationen als Funktion der anderen im Gleichungssystem enthaltenen Unbekannten zu modellieren.

3. Kennzeichnung turbulenter Strömungen mit im Gleichgewicht befindlicher und gestörter Turbulenzstruktur

Bekanntlich wird die turbulente Schwankungsbewegung vom Gradienten der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit aufrechterhalten (siehe Rotta (1972)). Andererseits übt die turbulente Schwankungsbewegung über Reynoldssche Spannungen Kräfte auf Fluidvolumina aus, die wiederum eine Rückwirkung auf die Gradienten der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit haben. Die mathematisch auswertbare Erfassung dieses Wechselspiels zwischen turbulenter und zeitlich gemittelter Bewegung kann als das Ziel der Turbulenzforschung schlechthin bezeichnet werden.

Wegen der einfacheren Darstellbarkeit sollen im folgenden nur ebene turbulente Scherschichten betrachtet werden, für die die Grenzschichtvereinfachungen gelten. Die Reynoldsschen Gleichungen (6) reduzieren sich damit zu:

$$\bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1} + \bar{u}_2 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} + \overline{u_1 u_2} \right) = 0 \quad (11)$$

Der erste Versuch, das Wechselspiel zwischen turbulenter und zeitlich gemittelter Bewegung zu beschreiben, wurde 1877 von Boussinesq unternommen. Analog zu den viskosen Spannungen in laminaren Strömungen wurden die turbulenten (Reynoldsschen) Spannungen als den Gradienten der zeitlich gemittelten Geschwindigkeitskomponenten proportional angenommen.

$$\overline{u_1 u_2} = - \nu_t \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} \quad (12)$$

ν_t heißt analog zur kinematischen Viskosität Wirbelviskosität oder Eddy-Viskosität. Im Gegensatz zur kinematischen Viskosität ist ν_t keine Konstante, sondern sie ist in einer bestimmten Strömung eine Funktion des Ortes und ebenfalls noch abhängig von der Art der Strömung. Die Einführung der Beziehung (12) kann noch nicht als Turbulenzmodellierung gewertet werden, sondern nur als theoretischer Rahmen, der allerdings heute noch benutzt wird.

Das erste erfolgreiche Turbulenzmodell war das von Prandtl (1925) vorgeschlagene Mischungswegmodell. Prandtl benutzte in Anlehnung an die kinetische Gastheorie die Vorstellung, daß die turbulente Schwankungsbewegung aus Turbulenzballen besteht, die sich über eine bestimmte Weglänge frei bewegen können, ehe sie durch Wechselwirkung ihre Identität verlieren. Aus dieser Anschauung resultiert die folgende Beziehung für die Wirbelviskosität:

$$v_t = l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} \right| \quad (13)$$

Beziehung (13) stellt eine höchst einfache Art der Wechselwirkung zwischen turbulenter und zeitlich gemittelter Bewegung dar. Die Wirbelviskosität ist aus den örtlichen Gradienten der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit und der Mischungsweglänge l_m bestimmbar. Experimentelle Beobachtungen deuten darauf hin, daß in vielen turbulenten Scherschichten, die ausreichend Zeit hatten, sich in einer natürlichen Art und Weise zu entwickeln, sich der durch Gleichung (13) beschriebene Strömungszustand einstellt. Dies deutet darauf hin, daß für Strömungen, für die die Beziehung (13) relevant ist, die dynamischen Vorgänge beim Wechselspiel zwischen turbulenter und zeitlich gemittelter Bewegung einen Gleichgewichtszustand örtlichen Charakters erreicht haben müssen. Ein Kennzeichen solcher Strömungen, die in der Einleitung bereits als "Strömungen mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur" bezeichnet worden sind, ist die Existenz allgemeingültiger Strömungsgesetze. Nach Townsend (1976) besitzen dabei die Gesetzmäßigkeiten für die turbulente und die zeitlich gemittelte Bewegung einen einheitlichen Satz von Bezugsgrößen. Strömungen mit den vorher aufgeführten Eigenschaften existieren in vielen technischen Anwendungen. Beispiele sind der körperferne Nachlauf, die ausgebildete Kanalströmung, Grenzschichtströmungen um Tragflügel oder in Diffusoren. Wegen der besonderen Relevanz für diese Arbeit sollen im folgenden kurz die bekannten Strömungsgesetze für Grenzschicht und Nachlauf formal dargestellt werden.

Grenzschichtströmung:

$$\text{Wandbereich: } \frac{\bar{u}_1}{u_{\tau w}} = f_1 \left(\frac{u_{\tau w} x_2}{\nu} \right) \quad \frac{\overline{u_1 u_2}}{u_{\tau w}^2} = \text{const} \quad (14)$$

$$\text{Außenbereich: } \frac{U_{\infty} - \bar{u}_1}{u_{\tau w}} = f_2 \left(\frac{x_2}{\delta} \right) \quad \frac{\overline{u_1 u_2}}{u_{\tau w}^2} = g_2 \left(\frac{x_2}{\delta} \right)$$

Nachlaufströmung:

$$\frac{U_{\infty} - \bar{u}_1}{(\overline{u_1 u_2})_{\max}^{0.5}} = f_3 \left(\frac{x_2}{b} \right) \quad \frac{\overline{u_1 u_2}}{(\overline{u_1 u_2})_{\max}} = g_3 \left(\frac{x_2}{b} \right) \quad (15)$$

f_1, f_2, g_2, f_3 und g_3 sind universelle Funktionen. Die Beziehungen enthalten jeweils zwei charakteristische Größen als Bezugsgrößen, eine mit der Dimension einer Geschwindigkeit, die andere mit der Dimension einer Länge. Die charakteristischen Größen können aus Messungen bestimmt werden. $u_{\tau w}$ ist die Wandschubspannungsgeschwindigkeit, definiert als $(\tau_w/\rho)^{0.5}$, $(\overline{u_1 u_2})_{\max}$ ist die maximale Reynoldssche Schubspannung, δ und b sind Grenzschichtdicke bzw. Nachlaufbreite. Die Existenz der Gesetze drückt durch Funktionen $f_1, f_2, \dots$ die Universalität der physikalischen Vorgänge in der jeweiligen Strömung aus, während die Bezugsgrößen Betrag und Wirkungsbereich der turbulenten Bewegung charakterisieren. Kennzeichnend ist ein einheitlicher Satz von Bezugsgrößen für die Gesetze der turbulenten und der zeitlich gemittelten Bewegung. In den Beziehungen (15) ist als Bezugsgröße die maximale Reynoldssche Schubspannung gewählt worden. Dies ist gleichwertig zur üblicheren Wahl des maximalen Geschwindigkeitsdefektes im Nachlauf zur Be-

zugsgröße, da das Verhältnis $(\overline{u_1 u_2})_{\max} / \Delta U_{\max}^2$ eine Konstante ist.

Das Verhalten von Strömungen mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur kann mit Hilfe von Turbulenzmodellen, die auf Gleichung (12) aufgebaut sind, ausreichend gut beschrieben werden. In der Literatur bekannte Rechenverfahren sind das Cebici-Programm (siehe Bradshaw et al. (1981)), sowie das in Stanford entwickelte Berechnungsprogramm STAN 5 (siehe Crawford (1976)).

Der vorher definierte Begriff des örtlichen Gleichgewichts zwischen turbulenter und zeitlich gemittelter Bewegung kann als asymptotischer Idealzustand der Scherschicht bezeichnet werden. Dieser asymptotische Zustand muß sich erst entwickeln und darf keinen weiteren Störungen unterworfen werden, um bestehen bleiben zu können. Beim plötzlichen Auftreten starker Störungen gerät die Turbulenzstruktur aus dem Gleichgewicht und es benötigt eine gewisse Zeit, bis das Wechselspiel zwischen turbulenter und zeitlich gemittelter Bewegung wieder so verläuft, daß die Scherschicht als Strömung mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur bezeichnet werden kann.

Die Berechnung von Scherströmungen mit gestörter Turbulenzstruktur, die z.B. dadurch gekennzeichnet sind, daß es keine universellen Gesetzmäßigkeiten zur Beschreibung des Strömungsverhaltens gibt, kann nicht mehr mit Hilfe einfacher algebraischer Beziehungen entsprechend Gleichung (13) durchgeführt werden. In der Regel sind Differentialgleichungen erforderlich, um die dynamischen Vorgänge relaxierender Scherschichten beschreiben zu können. Differentialgleichungen zur Beschreibung der Reynoldsschen Spannungen bzw. der Wirbelviskosität lassen sich durch Manipulation der Navier-Stokes Gleichungen (2) exakt herleiten, beinhalten jedoch wiederum als Folge der Mittelung neue Unbekannte

in der Form von Korrelationen höherer Ordnung wie z.B.

$\overline{u_1 u_1 u_2}$, deren Einfluß wiederum als Schließungsbedingung in das Gleichungssystem eingebracht werden muß. Turbulenzmodelle solcher Art sind bis zu einem gewissen Grad besser geeignet, Strömungen mit leicht gestörter Turbulenzstruktur zu beschreiben, können jedoch wegen des notwendigen empirischen Inputs zur Schließung des Gleichungssystems keinen Anspruch auf Allgemeingültigkeit erheben. Bekannte Turbulenzmodelle auf der Basis von Differentialgleichungen sind das Turbulenzmodell nach P. Bradshaw (1974), das zur Schließung eine Differentialgleichung für die Reynoldssche Schubspannung $\overline{u_1^* u_2^*}$ benutzt, sowie das sogenannte $k-\epsilon$ Modell (siehe Lauder und Spalding (1974)), da zur Beschreibung der in Gleichung (11) definierten Wirbelviskosität zwei Differentialgleichungen, eine für die turbulente kinetische Energie und eine für die spezifische Dissipation benutzt. Beide Turbulenzmodelle sind für eine große Anzahl von Strömungen mit Erfolg angewandt worden. Gleichzeitig wird über erstaunlich große Voraussagefehler in bestimmten Strömungssituationen berichtet. Beispiele hierfür sind in der Einleitung angeführt worden.

4. Schichtenkonzept zur Beschreibung einer Klasse von Strömungen mit stark gestörter Turbulenzstruktur

Antonia und Luxton (1971 und 1972) fanden beim Studium der turbulenten Grenzschicht nach einer plötzlichen Änderung der Wandbeschaffenheit, daß der Einfluß der Störung nicht schlagartig in der gesamten Scherschicht wirksam wird, sondern lediglich in einer in Strömungsrichtung anwachsenden inneren Schicht, während außerhalb dieser Schicht noch ein ungestörtes Strömungsverhalten vorliegt. Gleichermaßen wurde in den Experimenten von Tani und Makita (1971), sowie von Vasanta Ram und Kiske (1977) über die Kanalströmung nach einer plötzlichen Änderung der Wandbeschaffenheit herausgefunden, daß die Anpassung der Strömung an die veränderte Wandbeschaffenheit in Wandnähe sehr viel schneller verläuft als im wandfernen Bereich und daß in unmittelbarer Wandnähe eine weitere innere, in Strömungsrichtung anwachsende Schicht entsteht, in der die Anpassung an das neue Gleichgewicht bereits erfolgt ist. Wenn also einerseits ein Bereich existiert, in dem die Strömung von der Störung noch nicht beeinflusst ist, und der noch dem Gleichgewichtszustand der Strömung vor dem Rauigkeitssprung entspricht, andererseits sich eine in unmittelbarer Wandnähe gelegene Schicht in Strömungsrichtung ausbreitet, in der die Anpassung an das neue Gleichgewicht bereits erfolgt ist, dann läßt sich eine weitere innere Schicht abgrenzen, die den Bereich der Strömung kennzeichnet, in der Abweichungen vom Gleichgewichtszustand der turbulenten mit der zeitlich gemittelten Bewegung auftreten. Bild 4a zeigt schematisch diese Vorstellung am Beispiel der Grenzschicht nach einer plötzlichen Änderung der Wandrauhigkeit. Im folgenden wird letztere Schicht als innere Mischungsschicht bezeichnet, da diese Schicht auch als ein Bereich angesehen werden kann,

in dem ein Mischvorgang der beiden begrenzenden Schichten mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur, jedoch unterschiedlichen Skalierungsverhalten, stattfindet. Im folgenden wird wegen der leichteren Lesbarkeit in den Bildern eine Schicht mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur als eine "ungestörte" Scherschicht bezeichnet.

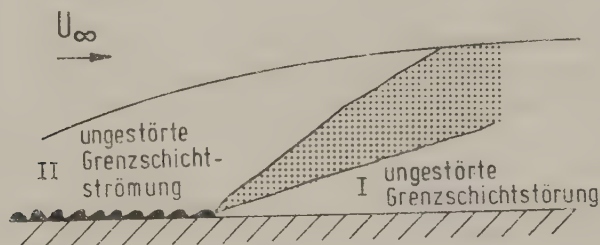


Bild 4a: Die turbulente Grenzschicht rau $\rightarrow$ glatt
 Möglicher Verlauf einer inneren Mischungsschicht
 I : Anpassung an die glatte Wand bereits erfolgt
 II : Gleichgewicht bleibt erhalten
 : : : : innere Mischungsschicht

Es ist nun vorstellbar, daß die Existenz einer inneren Mischungsschicht nicht nur für die Grenzschicht nach einer plötzlichen Veränderung der Wandbeschaffenheit, sondern für eine ganze Klasse von Strömungen unter dem Einfluß von starken Störungen charakteristisch ist. Die Störungsursache für diese Klasse von Störungen wurde bereits allgemein als "Plötzliche Änderung einer Randbedingung" bezeichnet. Beispiele sind in Bild 1c aufgeführt. Repräsentativ für die vorher genannte Klasse von Strömungen ist neben dem Beispiel in Bild 4a für zwei weitere Beispiele der mögliche Verlauf einer inneren Mischungsschicht dargestellt. Bild 4b zeigt das Beispiel des Zusammenwachsens einer Grenzschicht mit einem Nachlauf. Hier entsteht die Störung durch den

plötzlichen Wegfall der Randbedingung am Außenrand der Grenzschicht bzw. an einem Außenrand des Nachlaufs.

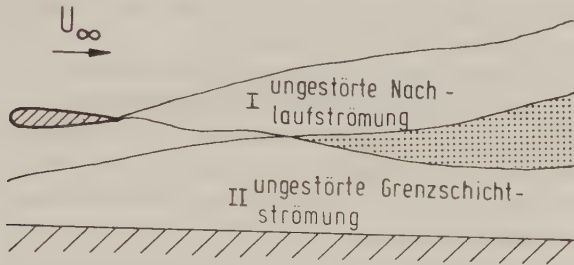


Bild 4b: Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf
Möglicher Verlauf einer inneren Mischungsschicht
I und II : Gleichgewicht der Turbulenzstruktur
bleibt erhalten
..... innere Mischungsschicht

In Bild 4c ist der Fall des Nachlaufs in Körpennähe betrachtet. Die plötzliche Änderung der Randbedingung ist hier das Wegfallen der Haftbedingung an der Wand.

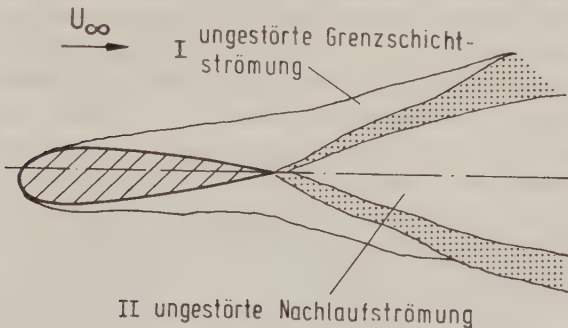


Bild 4c: Der Nachlauf in Körpennähe
Möglicher Verlauf einer inneren Mischungsschicht
I Gleichgewicht bleibt erhalten
II Anpassung an die neue Randbedingung schon erfolgt
..... innere Mischungsschicht

Da insbesondere für eine Berechnung von Strömungen unter dem Einfluß starker Störungen die Existenz einer inneren Mischungsschicht entsprechend der vorherigen Definition ein besonderer Stellenwert zugeschrieben werden kann, da hierdurch der Einfluß der Störung nicht mehr die gesamte Scherschicht betrifft, sondern nur einen abgegrenzten Bereich, wird für die drei hier behandelten und in den Bildern 4a-4c dargestellten Strömungskonfigurationen eine ausführliche Analyse experimenteller Daten zur Überprüfung der hier unterstellten Schichtenstruktur durchgeführt.

Die technische Durchführung des Auffindens der inneren Mischungsschicht aus experimentellen Daten besteht darin, die gemessenen Profile der zeitlich gemittelten und turbulenten Bewegung mit den universellen Gesetzmäßigkeiten entsprechend der Darstellung in Kapitel 3 zu vergleichen. Läßt sich ein Satz von Bezugsgrößen finden, mit Hilfe dessen die gemessenen und universellen Profile in Übereinstimmung gebracht werden können, so gilt im Bereich der Übereinstimmung definitionsgemäß ein ungestörtes, im Gleichgewicht befindliches Strömungsverhalten. Der Ort des Abweichens vom ungestörten Verhalten kann dann als Rand der inneren Mischungsschicht betrachtet werden. Da die innere Mischungsschicht als ein Bereich gekennzeichnet ist, in dem eine Vermischung von zwei benachbarten Schichten mit ungestörtem Strömungsverhalten stattfindet, müssen zur Abgrenzung der inneren Mischungsschicht jeweils zwei Sätze von Bezugsgrößen gefunden werden. Ein einheitliches Konzept für das Auffinden der Bezugsgrößen, die möglicherweise nicht mehr eindeutig meßbaren Größen zugeordnet werden können, kann an dieser Stelle nicht angegeben werden. Hierauf wird in den nächsten Kapiteln, für jede der untersuchten Strömungskonfigurationen getrennt, eingegangen.

4.1 Analyse von experimentellen Daten zur Bestimmung der Schichtenstruktur

4.1.1 Die Grenzschicht nach einer plötzlich veränderten Wandbeschaffenheit

Die Grenzschicht nach einer plötzlichen Änderung der Wandrauhigkeit war bereits der Gegenstand zahlreicher Untersuchungen. Eine ausführliche Zusammenfassung von siebzehn experimentellen Arbeiten inklusive ausführlichem Literaturverzeichnis befindet sich in der Arbeit von Schofield (1975). Ein gemeinsames Kennzeichen aller dort gesammelten Arbeiten besteht darin, daß die Wandschubspannung durch ein Meßverfahren bestimmt worden ist, das die Existenz universeller Gesetzmäßigkeiten im wandnahen Bereich voraussetzt. In der Arbeit von Kiske et al. (1981) wird gezeigt, daß diese Annahme zu relativ großen Meßfehlern führen kann. Aus diesem Grunde wurden eigene experimentelle Untersuchungen über die Grenzschicht nach einer plötzlichen Änderung der Wandbeschaffenheit durchgeführt.

4.1.1.1 Eigene Versuche

Die Versuchsanordnung besteht aus einer ebenen Platte, die derart in der offenen Meßstrecke eines Windkanals Göttinger Bauart montiert ist, daß ein konstanter Verlauf des statischen Drucks längs der Platte erzeugt wurde.

Im vorderen Teil der Platte ist durch Bekleben mit Sandpapier (Schmirgelleinen, Körnung 100) eine Wandrauhigkeit erzeugt worden. Die äquivalente Wandrauhigkeit hat hier den

Wert $k_s = 0.2 \text{ mm}$. Der stromabwärts gelegene Teil der Platte besitzt eine glatte Oberfläche ($k_s = 0$). Eine schematische Darstellung des Versuchsaufbaus sowie wesentliche Abmessungen sind in Bild 5 aufgezeigt.

Voruntersuchungen wurden durchgeführt an der vorher beschriebenen Versuchsanordnung, jedoch ohne Wandrauhigkeit im vorderen Plattenteil.

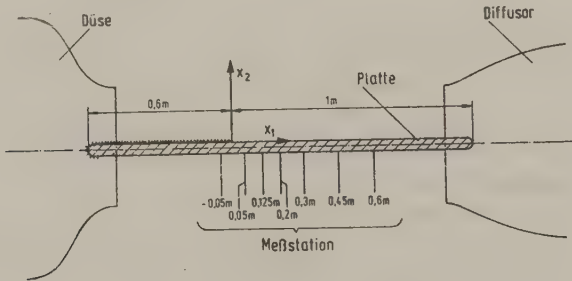


Bild 5: Die turbulente Grenzschicht rauh $\rightarrow$ glatt
Schematische Darstellung der Versuchsanordnung mit Meßstationen

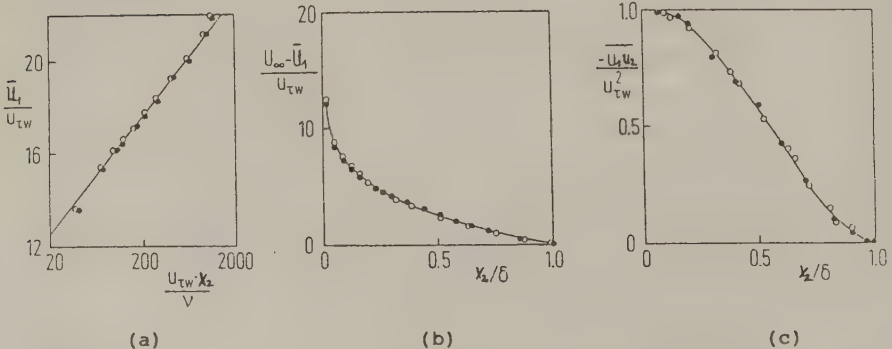


Bild 6: Geschwindigkeits- und Schubspannungsprofile an der ebenen glatten Platte
(a) : wandnaher Bereich, (b) und (c) : Außenbereich

Das Ziel der Messungen an der ebenen Platte ohne Rauigkeitssprung bestand darin, durch Reproduktion der in der Literatur zahlreich vorhandenen Ergebnisse Vertrauen in die Meßtechnik zu gewinnen.

Bild 6 zeigt Profile der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit und der Reynolds'schen Schubspannung an zwei unterschiedlichen Stellen längs der durchwegs glatten Platte. Die gemessenen Profile stimmen gut mit in der Literatur aufgeführten Ergebnissen überein (siehe z.B. Hinze (1975)). Die folgenden Strömungsgrößen wurden in der Grenzschicht nach dem Sprung in der Wandrauigkeit gemessen:

1. Zeitlich gemittelte Geschwindigkeit
2. Reynolds'sche Schub- und Normalspannungen
3. Wandschubspannungen

Für die Messung zeitlich gemittelter Geschwindigkeiten wurden Hitzdrahtsonden mit der Drahtachse senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor (gerader Draht) benutzt. Reynolds'sche Schub- und Normalspannungen wurden mit sogenannten Kreuzsonden gemessen. Eine Kreuzsonde ist mit zwei Hitzdrähten bestückt, von denen der eine um $+45^{\circ}$, der andere um -45° gegenüber dem Geschwindigkeitsvektor geneigt ist.

Die Hitzdrahtmeßtechnik und besonders die Technik der Verwendung von Kreuzdrahtsonden gehört heute zum Standart bei Turbulenzmessungen. Meßprinzipien und Auswerteverfahren werden z.B. in Hinze (1979) oder Kiske, v. Schulz-Hausmann und Vasanta Ram (1983) beschrieben.

Wandschubspannungen wurden mit Hilfe des Unterschichtzauns gemessen. Der Unterschichtzaun besteht aus einer dünnen Schneide von ca. 0.02 mm Höhe, die quer zur Strömungsrich-

tung angeordnet ist. Vor und hinter der Schneide befinden sich Druckmeßbohrungen. Auf Grund der geringen Schneidenhöhe ($u_{\tau w} h / \nu \leq 5$) kann erwartet werden, daß auch in Strömungen unter dem Einfluß starker Störungen der Unterschichtzaun zuverlässige Ergebnisse liefert. Die benutzten Unterschichtzäune wurden in einer Strömung mit bekannter Wandschubspannung (ausgebildete Kanalströmung) geeicht. Vergleichsweise wurden Wandschubspannungen mit Hilfe des Prestonrohres gemessen. Das Prestonrohr ist ein an der Wand anliegendes Pitotrohr und mißt als Maß für die Wandschubspannung die Differenz zwischen Gesamtdruck und statischem Druck an einer Stelle. Für Prestonrohre existieren universell benutzbare Eichkurven (siehe Patel(1955), Head und Vasant Ram (1971)), die jedoch, wie bereits gesagt, die Existenz ungestörten Strömungsverhaltens im Wandbereich voraussetzen.

Die Reynoldszahl pro Meter betrug bei allen Messungen $2.5 \cdot 10^6$. Anzahl und Lage der Meßstationen sind in Bild 5 dargestellt.

4.1.1.2 Meßergebnisse

In Bild 7 ist der Verlauf des Wandschubspannungsbeiwertes stromabwärts des Rauigkeitssprungs dargestellt. In diesem Bild sind sowohl die mit dem Unterschichtzaun als auch die mit dem Prestonrohr ermittelten Werte für die Wandschubspannung eingetragen. Die unmittelbar nach dem Rauigkeitssprung auftretenden Differenzen zeigen deutlich das Versagen des Prestonrohres. Die Gleichheit der nach den unterschiedlichen Methoden bestimmten Werten für die Wandschubspannung ab einer bestimmten Stelle deutet darauf hin, daß hier der Bereich, in dem ein im Gleichgewicht befindliches Strömungsverhalten vorliegt, den Durchmesser des verwen-

ten Prestonrohres erreicht hat. Für die weitere Auswertung werden lediglich die mit dem Unterschichtzaun gemessenen Werte für die Wandschubspannung benutzt.

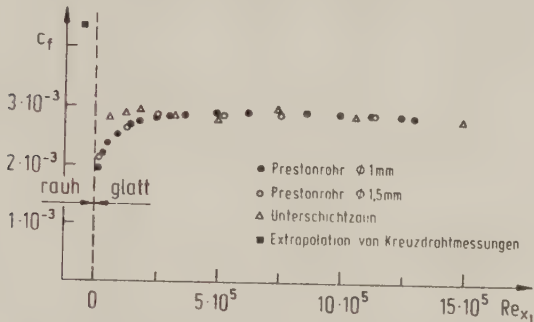


Bild 7: Die turbulente Grenzschicht $\text{rau} \rightarrow \text{glatt}$
Verlauf der Wandschubspannung nach dem
Rauigkeitssprung

Die Bilder 8 und 9 zeigen den Verlauf der zeitlich gemittelten Geschwindigkeiten, Reynoldsschen Schubspannungen, sowie der x_1 - und x_2 -Komponenten der Reynolds'schen Normalspannungen in Wandnähe. Bezugsgröße ist die mit dem Unterschichtzaun gemessene lokale Wandschubspannungsgeschwindigkeit $u_{\tau w}$. In den Bildern ist gestrichelt jeweils das Profil mit eingezeichnet, das in der Grenzschicht mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur zu finden ist. Diese Profile, die den asymptotischen Zustand beschreiben, den die Strömung sehr weit stromabwärts des Rauigkeitssprungs einnimmt, können aus Messungen in der Strömung ohne Störung der Turbulenzstruktur, wie sie z.B. vor dem Sprung in der Wandrauhigkeit oder an der durchwegs glatten Platte vorzufinden ist, gewonnen werden.

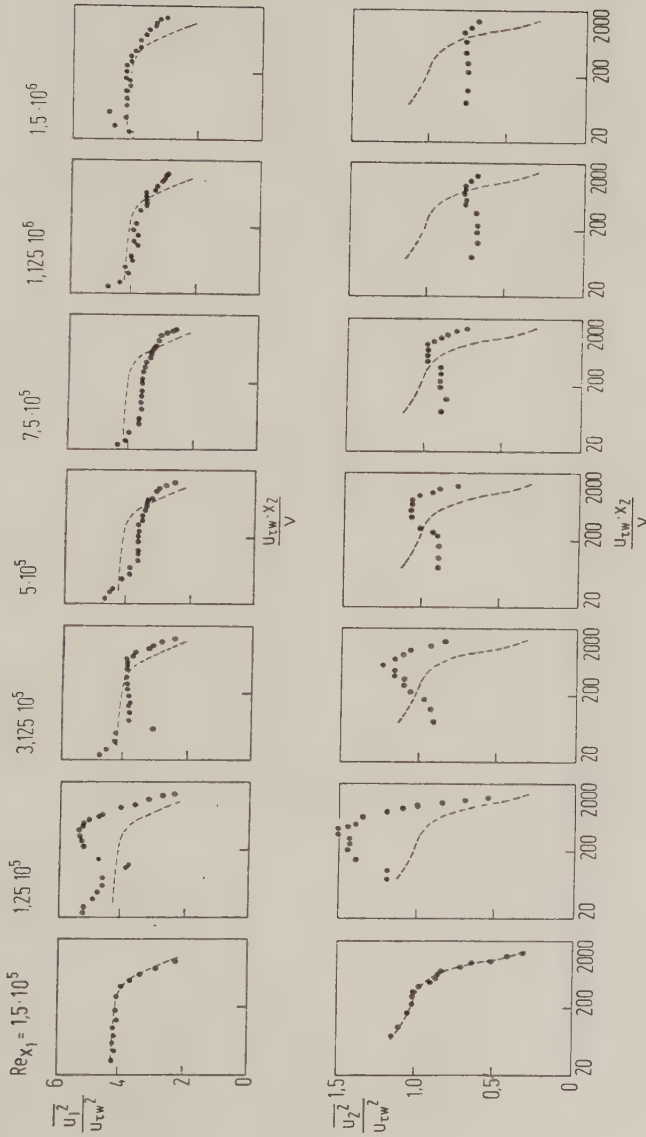


Bild 9: Die Grenzschicht von $Re_{x_1} = 1.5 \cdot 10^5$ $\rightarrow$ $Re_{x_1} = 1.25 \cdot 10^4$
 Reynoldssche Normalspannungen im wandnahen Bereich

Die Bilder zeigen deutlich den Anpaßvorgang an die veränderte Wandbeschaffenheit. Während für die zeitlich gemittelte Geschwindigkeit Abweichungen vom logarithmischen Wandgesetz ab $Re_{x_1} = 1.1 \cdot 10^6$ ($x_1=0$ ist die Stelle des Rauigkeitssprungs) nicht mehr zu erkennen ist, ist der ausgebildete Zustand für die Reynolds'schen Schub- und Normalspannungen auch an der am weitesten stromabwärts gelegenen Meßstation noch nicht erreicht. Das Auftreten unterschiedlicher Relaxationslängen für unterschiedliche Strömungsgrößen wurde bereits in der Kanalströmung nach einer plötzlichen Änderung der Wandbeschaffenheit gefunden (siehe hierzu die Referenzen Vasanta Ram und v. Schulz-Hausmann (1977), sowie Vasanta Ram und Kiske (1977)) und wird hier für die Plattengrenzschicht nach dem Rauigkeitssprung bestätigt.

Die Bilder 10 und 11 zeigen den Verlauf von zeitlich gemittelten Geschwindigkeiten, Reynoldsschen Schubspannungen und Normalspannungen im Grenzschichtaußenbereich. In den Bildern ist wiederum das Profil der jeweiligen Strömungsgröße miteingezeichnet, das sich in einer Strömung mit ausgebildeter Turbulenzstruktur einstellt. Bezugsgeschwindigkeit in den Bildern ist die Geschwindigkeit $u_{\tau f}$. Bezugslänge ist die lokale Grenzschichtdicke δ_3 . Die Bezugsgeschwindigkeit $u_{\tau f}$ ist durch Anpassen des Außenbereichs der Profile der gemessenen Reynolds'schen Spannungen und zeitlich gemittelten Geschwindigkeiten an die ausgebildeten Profile vor dem Rauigkeitssprung ermittelt worden. Bei der Art der Auftragung ergibt sich ein universeller Verlauf sämtlicher gemessener Strömungsgrößen im Außenbereich der Grenzschicht.

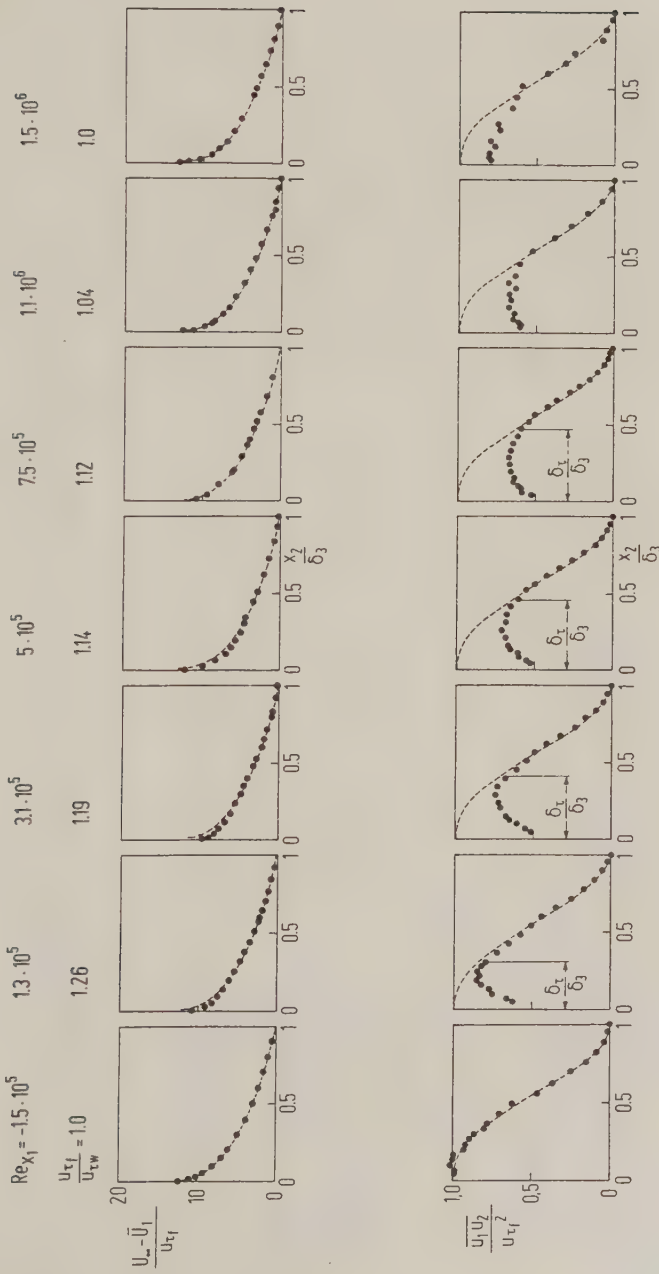


Bild 10:

Die turbulente Grenzschicht von rauh + glatt.
Zeitlich gemittelte Geschwindigkeit und Reynoldssche
Schubspannungen im Grenzschichtaußenbereich.

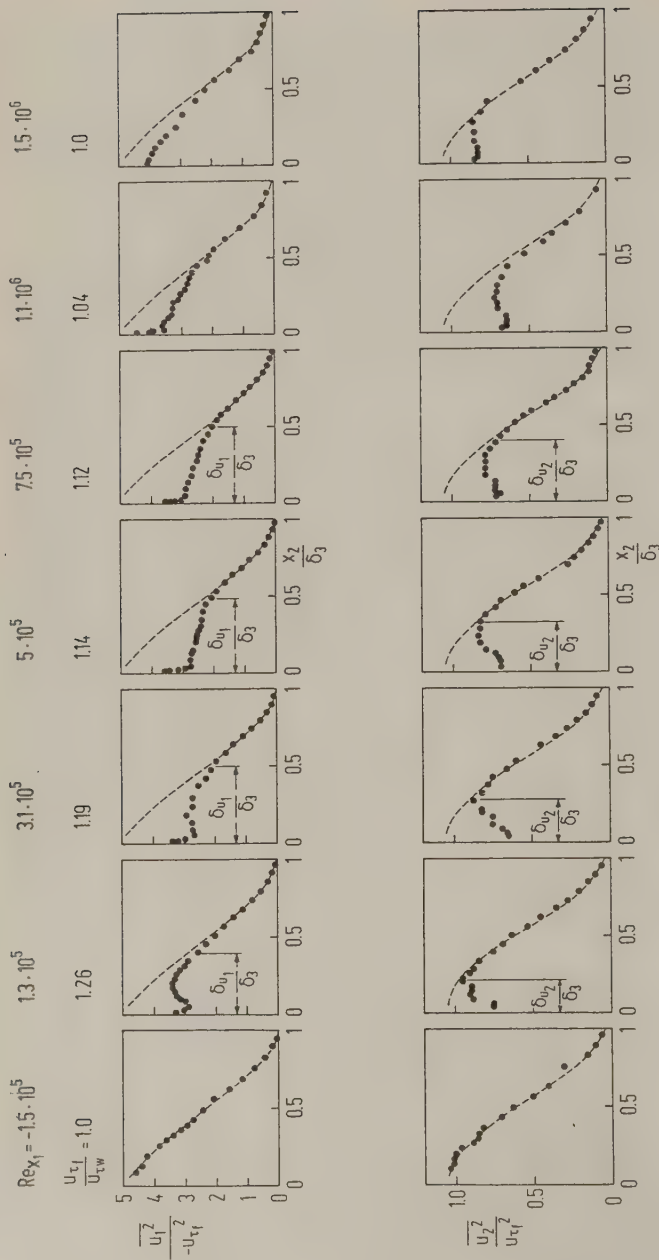


Bild 11: Die turbulente Grenzschicht von rauh $\rightarrow$ glatt.
Reynoldssche Normalspannungen im Grenzschichtinnenbereich.

4.1.1.3 Diskussion der Meßergebnisse

Der in Kapitel 2 unterstellte Dreischichtencharakter der Grenzschicht wird durch die Messungen weitgehend bestätigt. Es existiert für die äußere Schicht in der Grenzschicht eine von der Lauflänge abhängende, nicht direkt meßbare Geschwindigkeit $u_{\tau w}$, der die Bedeutung einer charakteristischen Geschwindigkeit zugeschrieben werden kann. Der Verlauf von Wandschubspannungsgeschwindigkeit $u_{\tau w}$ und charakteristischer Geschwindigkeit $u_{\tau f}$ ist in Bild 12 dargestellt.

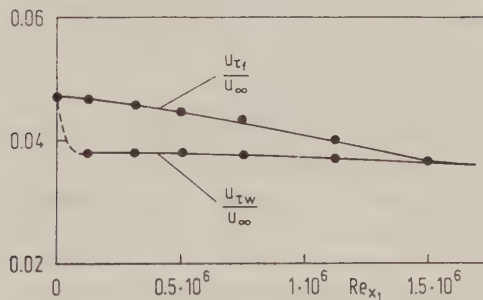


Bild 12: Die turbulente Grenzschicht $\text{rauh} \rightarrow \text{glatt}$
Bezugsgrößen für den Wand- und Außenbereich

In unmittelbarer Wandnähe ist ein Strömungsbereich, der sich bereits an die neue Wandbeschaffenheit angepaßt hat, nur für die zeitlich gemittelten Geschwindigkeiten zu erkennen (siehe die Bilder 8 und 9). Die Profile der turbulenten Größen zeigen Abweichungen von dem in Kapitel 3 definierten lokalen Gleichgewicht der Strömung. Da diese Abweichungen nicht sehr groß sind, wird die von der Wand begrenzte Schicht als "gleichgewichtsnah" bezeichnet. In Bild

Bild 13 ist der Verlauf der inneren Mischungsschicht eingezeichnet. Die unterschiedliche Art der Auswertung ist in diesem Bild gekennzeichnet.

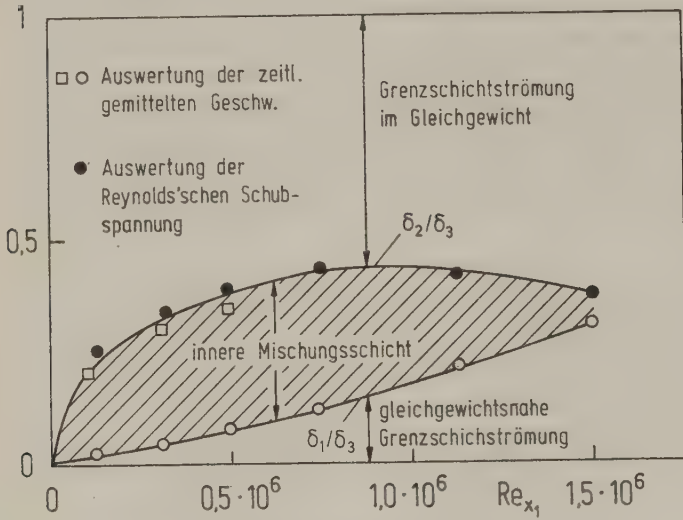
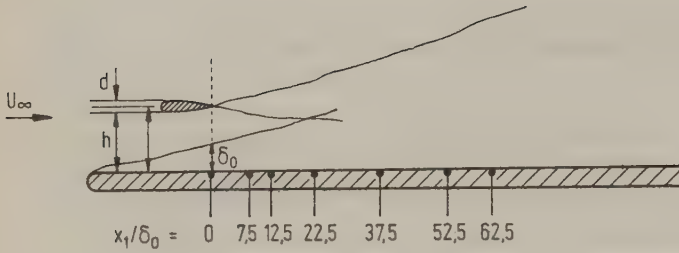


Bild 13: Die turbulente Grenzschicht rau → glatt
Schichtenstruktur

4.1.2 Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf

Wegen der großen Bedeutung in der Flugtechnik sind experimentelle Untersuchungen dieser Strömungskonfiguration in den letzten Jahren durchgeführt worden. Ausführliche Datensätze sind bekannt durch Pot (1979), sowie Zhou und Squire (1981). Die beiden letzten genannten Arbeiten beinhalten Messungen von Profilen der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit, sowie der Reynoldsschen Schub- und Normalspannungen. Beide Arbeiten beinhalten keine Messungen der Wandschubspannungen. Die Kenntnis der Wandschubspannung ist wegen ihrer Eignung als Bezugsgröße für den wandnahen Bereich jedoch von besonderer Bedeutung. Wandschubspannungen können aus den Profilen der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit bestimmt werden, wenn die Strömung in Wandnähe dem logarithmischen Wandgesetz gehorcht. Da die Störung beim Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf im Grenzschichtauslassbereich entsteht, kann vermutet werden, daß dies in einem ausreichend großen Bereich in Wandnähe der Fall ist. Eine Bestätigung dieser Vermutung wurde durch ein nachfolgend erläutertes Experiment gefunden. In der in Kapitel 4.1.1.1 beschriebenen Versuchsanlage wurde durch Anbringen eines Vorflügels entsprechend Bild 14 eine der von Pot benutzten entsprechende Strömungskonfiguration unter näherungsweise Einhaltung der Reynoldszahl, sowie der geometrischen Parameter d/h , sowie δ_o/h hergestellt. Hierbei bedeuten d die maximale Flügeldicke, h den Abstand des Vorflügels von der Wand und δ_o die Grenzschichtdicke an der Stelle des Vorflügels. Durch vergleichende Messung der Wandschubspannung mit Hilfe von Prestonrohr und Unterschichtzaun wurde, wie in Bild 15 gezeigt, eine sehr gute Übereinstimmung der unterschiedlich gemessenen Ergebnisse erzielt.



$\delta_0 = 10 \text{ mm}$ Meßstationen: durch $\uparrow$ gekennzeichnet
 $h = 30 \text{ mm}$ Meßgrößen: Wandschubspannung
 $d = 2 \text{ mm}$ Meßverfahren: Prestonrohr, Unterschichtzaun

Bild 14: Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf
Eigene Messungen

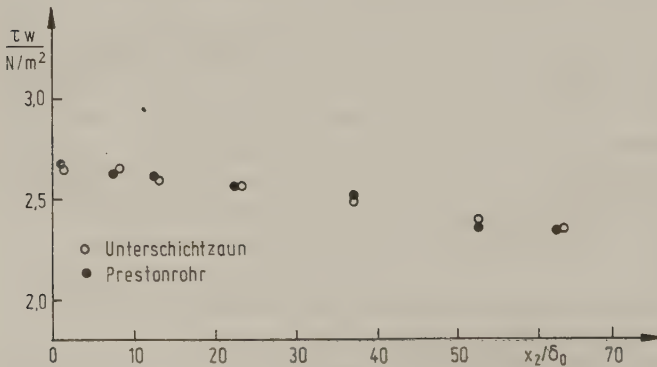


Bild 15: Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf
Vergleichende Wandschubspannungsmessungen

Da die Prestonrohrmethode zur Bestimmung der Wandschubspannung die Gültigkeit des universellen Wandgesetzes voraussetzt, kann bei gleichen Ergebnissen aus den unterschiedlichen Meßverfahren auf ein ungestörtes Strömungsverhalten in Wandnähe geschlossen werden. Eine Bestimmung der Wandschubspannung unter Voraussetzen der Gültigkeit des logarithmischen Wandgesetzes erscheint somit gerechtfertigt. Für die nachfolgende Datenanalyse werden die Messungen von Pot benutzt. Bild 16 zeigt eine schematische Darstellung der von Pot benutzten Versuchsanlage. Abmessungen, Meßstationen und Meßgrößen sind in Bild 16 mit eingezeichnet. Für weitere Details bezüglich Versuchsaufbau und Meßtechnik sei auf den Datenreport von Pot (1979) verwiesen.

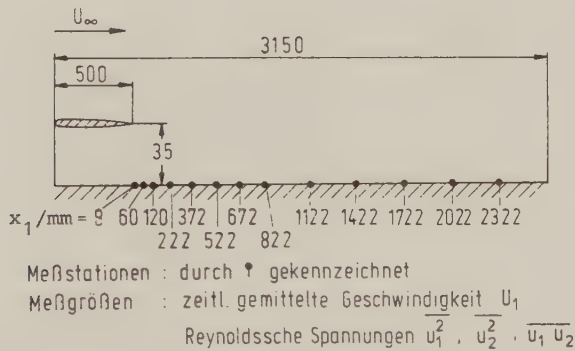


Bild 16: Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf Versuchsaufbau, Meßstationen und Meßgrößen des Experimente von Pot (1979)

4.1.2.1 Auswertung der Meßergebnisse von Pot

Bild 17 zeigt den durch Anpassung an das logarithmische Wandgesetz bestimmten Verlauf der Wandschubspannung. Mit-eingezeichnet ist der Verlauf der Wandschubspannung an dem von Pot ebenfalls vermessenen Fall der Grenzschichtströmung an der ebenen Platte in Abwesenheit des Vorflügels, also ohne Störung der Grenzschicht durch einen Nachlauf. Da Pot für diesen Fall Wandschubspannungen bestimmt hat, kann die hier benutzte Methode zur Bestimmung der Wandschubspannung bezüglich ihrer Genauigkeit überprüft werden. Es ergibt sich eine gute Übereinstimmung. Bild 17 zeigt gleichermaßen den Einfluß der Störung durch das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf auf die Entwicklung der Wandschubspannung.

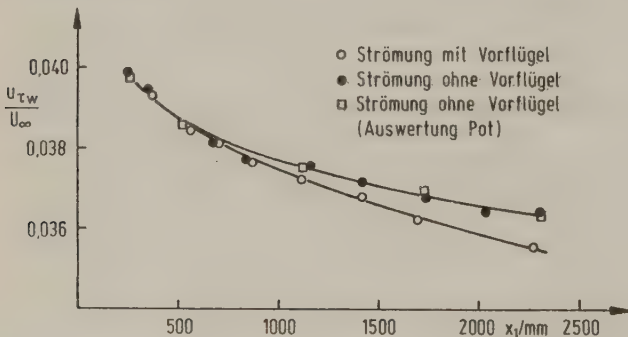


Bild 17: Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf
Verlauf der Wandschubspannung

Die Bilder 18 und 19 zeigen die Profile der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit sowie der Reynolds'schen Schubspannung im Wandbereich.

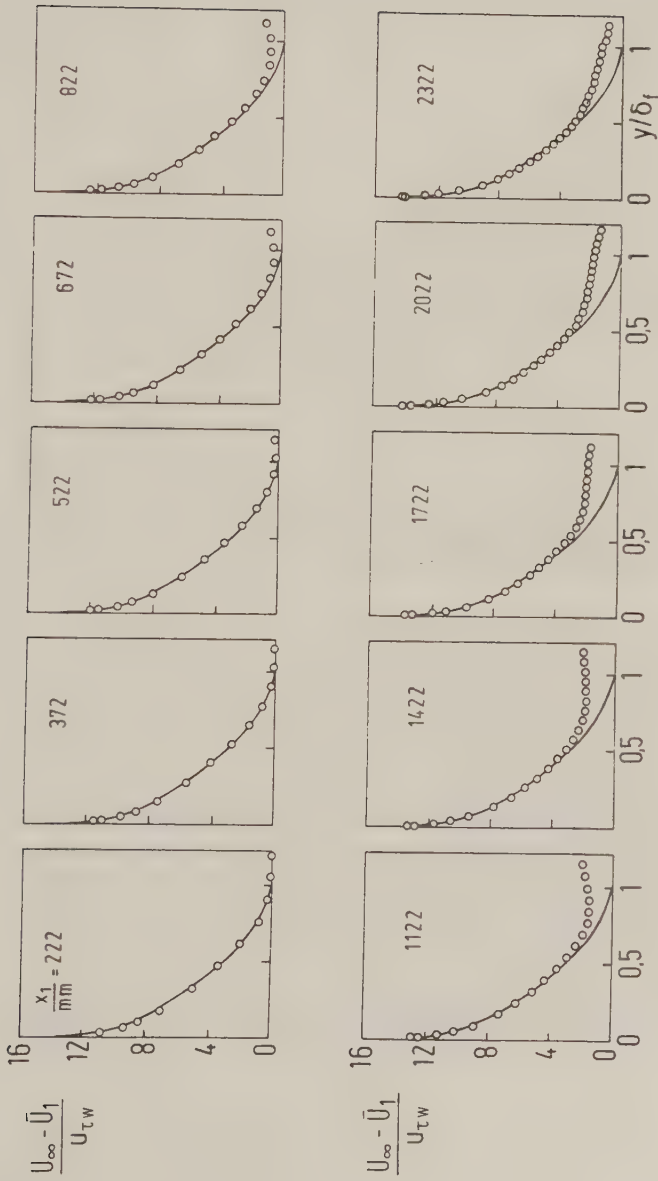


Bild 18: Das Zusammenwachsen von Nachlauf und Grenzschicht
Geschwindigkeitsprofil im Wandbereich

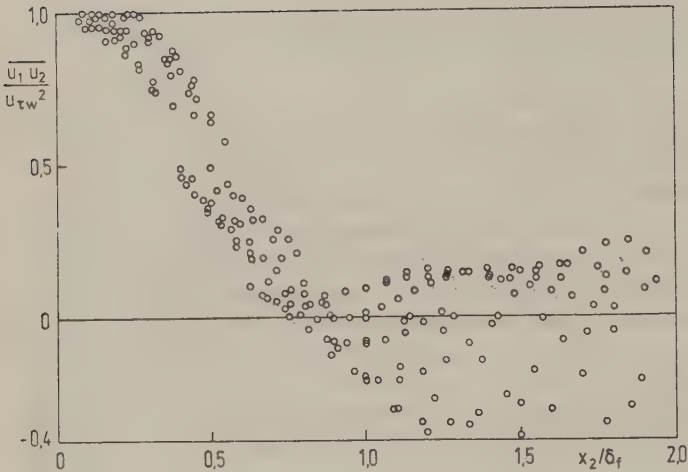


Bild 19: Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf Reynoldssche Schubspannungen im wandbegrenzten Bereich (x_1 -Stationen wie in Bild 18)

Bezugsgeschwindigkeit ist die lokale Wandschubspannungsgeschwindigkeit. Die Bezugslänge wurde durch Anpassen der gemessenen Geschwindigkeitsprofile an das in Bild 18 miteingezeichnete, in ungestörten Strömungen gültige universelle Geschwindigkeitsgesetz gefunden. Wie Bild 20 zeigt, kann die so gefundene Bezugslänge als eine fiktive Grenzschichtdicke gedeutet werden, die in einer ungestörten Grenzschichtströmung mit der im gestörten Fall vorliegenden Wandschubspannung vorhanden wäre. Diese fiktive Grenzschichtdicke δ_f kann aus dem Zweiparameterprofil nach Coles durch die folgende Beziehung bestimmt werden.

$$\delta_f = \frac{\nu}{u_{\tau w}} \exp \left(0.41 \frac{U_\infty}{u_{\tau w}} - 3.191 \right) \quad (16)$$

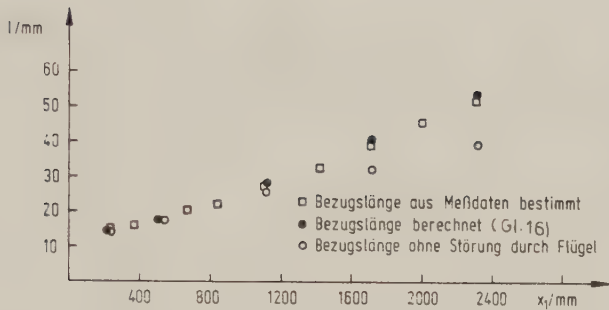


Bild 20: Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf Bezugslänge im Wandbereich

In Bild 19 sind die an den unterschiedlichen Stellen gemessenen Werte durch ein einheitliches Symbol gekennzeichnet. Es zeigt sich, daß bei Auftragung der Reynolds'schen Spannungen unter Verwendung der Bezugsgrößen δ_f und u_{TW} Abweichungen vom ungestörten Strömungsverhalten in der wandbegrenzten Schicht auftreten.

Die Bilder 21 und 22 zeigen Profile der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit sowie der Reynolds'schen Schubspannung im Außenbereich der Scherströmung. In Bild 22 sind als Bezugsgrößen maximaler Geschwindigkeitsdefekt und Breite des Nachlaufs gewählt, der sich bei Abwesenheit der Störung durch die Grenzschicht entwickelt hätte. Die Bezugsgrößen können aus dem von Pot ebenfalls vermessenen ungestörten Nachlauf bestimmt werden. Dementsprechend ist für Bild 21 die maximale Reynoldssche Schubspannung eines ungestörten Nachlaufs gewählt. Die unterschiedliche Wahl der Bezugsgeschwindigkeiten ist gleichwertig. Entsprechend der Forderung nach dem lokalen Gleichgewicht in der ungestörten Nachlaufströmung können die Bezugsgeschwindigkeiten vertauscht werden.

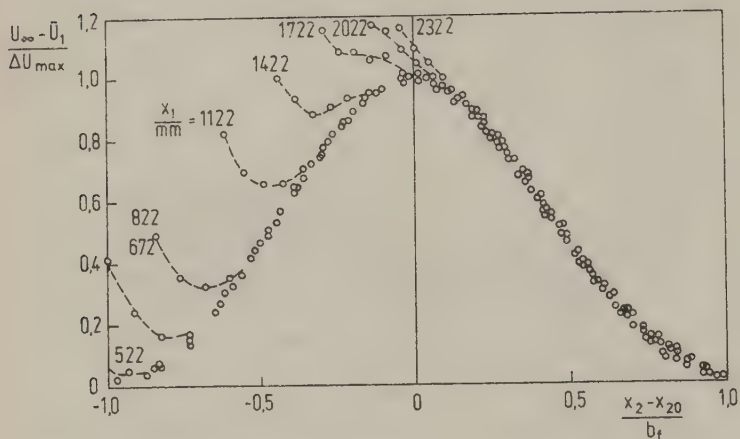


Bild 21: Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf Geschwindigkeitsprofile im Scherschichtaußenbereich

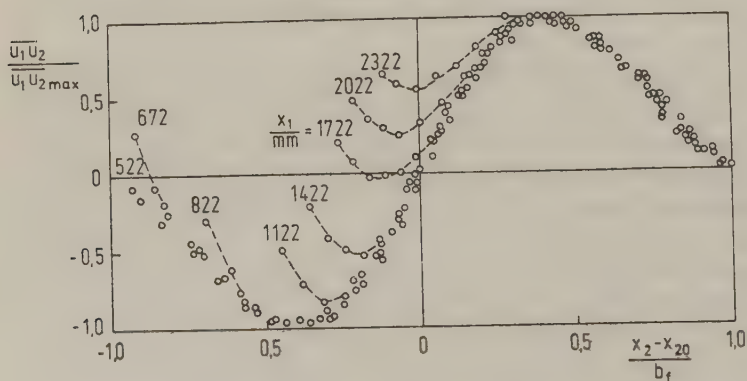


Bild 22: Das zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf Reynoldssche Schubspannungen im Scherschichtaußenbereich

Die hier getroffene Wahl der Bezugsgrößen ist lediglich dadurch begründet, daß absolute Meßfehler weitgehend ausgeschaltet werden, wenn Meßgrößen auf eine im gleichen Meßsatz bestimmte Größe bezogen werden. Die Bilder zeigen sehr deutlich das ungestörte Verhalten der Strömung im Außenbereich der Scherschicht sowohl für die zeitlich gemittelte Geschwindigkeit als auch für die turbulenten Größen, sowie den von der Lauflänge abhängigen Ort des Abweichens vom ungestörten Verhalten. Die Strömung im Außenbereich ist im Gegensatz zur Strömung im wandnahen Bereich - hier führte der Einfluß der Störung zu einem Absinken der Wandschubspannung vollkommen unbeeinflußt von der Störung. Das gleiche Ergebnis ergibt sich durch Vergleich des von Pot ebenfalls unter gleichen Bedingungen vermessenen ungestörten Nachlaufs mit dem Außenbereich der gestörten Scherströmung. Dies ist in Bild 23 verdeutlicht.

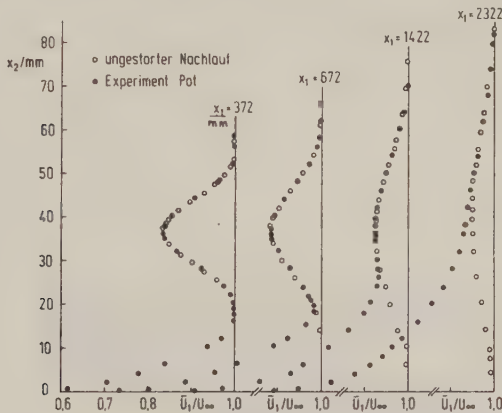


Bild 23: Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf
Vergleich des Scherschichtaußenbereichs mit einem ausgebildeten Nachlauf

4.1.2.2 Diskussion der Meßergebnisse

Der in Kapitel 4 unterstellte Dreischichtencharakter wird auch für die Scherströmung nach dem Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf weitgehend bestätigt. Im wandbegrenzten Bereich zeigen sich bei den turbulenten Größen Abweichungen vom Verhalten vergleichbarer ungestörter Strömungen, während die zeitlich gemittelte Geschwindigkeit sehr gut den Gesetzmäßigkeiten ungestörter Strömungen folgt. Da die Abweichungen vom Gleichgewicht entsprechend Bild 19 relativ klein sind, wird der wandbegrenzte Bereich als "gleichgewichtsnah" bezeichnet. Die Strömung im Außenbereich der Scherschicht bleibt von der Störung unbeeinflusst und behält die Eigenschaften von Strömungen mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur. Bild 24 zeigt den Verlauf der inneren Mischungsschicht. Die unterschiedliche Art der Auswertung zur Bestimmung der inneren Mischungsschicht ist in diesem Bild gekennzeichnet.

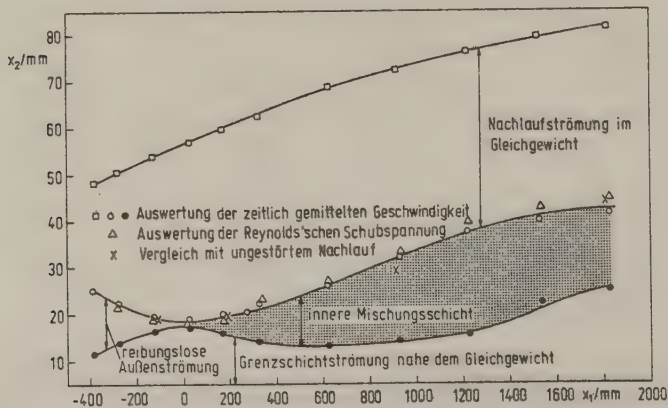


Bild 24: Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf Schichtenstruktur

4.1.3 Der ebene, symmetrische Nachlauf in Körperrnähe

Die Nachlaufströmung im Nahbereich eines stromlinienförmigen ebenen Körpers, wo die Strömung sich von der wanddominierten Grenzschicht in die weit vom Körper entfernt existierende ausgebildete freie Scherschicht umwandelt, ist in den letzten Jahren der Gegenstand ausführlicher Untersuchungen gewesen. Einerseits ist die Kenntnis des Strömungsverhaltens in Körperrnähe von beachtlichem praktischen Interesse bei der Berechnung von Flugzeugen, da die Strömung im Nahbereich einen Beitrag zur viskosen- nichtviskosen Wechselwirkung am Tragflügelende liefert. Andererseits bietet sich die Nachlaufströmung in Körperrnähe als ausgezeichnete Test zur Überprüfung von Turbulenzmodellen an. Bis vor wenigen Jahren waren die experimentellen Ergebnisse von Chevray und Kovasznay (1969) und Fayet et al. (1971) die einzigen erhältlichen Daten. Neue ausführliche Datensätze sind in den letzten Jahren durch die Arbeiten von Andreopoulos (1980), Pot (1979) sowie Ramaprian et al (1981) bekannt geworden. Bei der nachfolgenden Analyse der experimentellen Ergebnisse werden die Datensätze von Pot und Ramaprian verwendet. In beiden Untersuchungen wurden Profile der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit sowie von Reynoldsschen Schub- und Normalspannungen gemessen. Während die Messungen von Pot sowohl den körperrnahen Bereich als auch den körperrfernen ausgebildeten Strömungsbereich abdecken, jedoch im körperrnahen Bereich nur eine geringe Anzahl von Meßstationen aufweisen, beschränken sich die Messungen von Ramaprian auf den körperrnahen Bereich und weisen hier eine große Anzahl von Meßstationen auf. In Tabelle 1 ist eine zusammenfassende Darstellung wesentlicher Größen aus den vorher genannten experimentellen Untersuchungen aufgeführt.

Autoren	Modellabmessungen		Grenzschicht bei $x=0$		Meßbereich x_1/θ	gemessene Größen
	L/m	t/mm	Re_θ	c_{f0}		
Chevray & Kovaszny (1969)	2,4	1,6	1,58	0,0042	0 - 107	$\overline{u_1}, \overline{u_1^2}, \overline{u_2^2}, \overline{u_1 u_2}$
Faret et al. (1971)	0,3	6,0	3,0	0,0028	0 - 373	$\overline{u_1}, \overline{u_1^2}, \overline{u_2^2}, \overline{u_1 u_2}$
Andreopoulos (1980)	3,08	28,0	13,6	0,0023	0 - 43	$\overline{u_1}, \overline{u_1^2}, \overline{u_2^2}, \overline{u_1 u_2}$ $\overline{u_1^3}, \overline{u_2^3}, \overline{u_1^2 u_2}$
Pot (1979)	0,5	9,5	2,94	0,0031	3 - 948	$\overline{u_1}, \overline{u_1^2}, \overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}, \overline{u_1 u_2}$
Ramaprian et al. (1981)	1,8	19,0	5,22	0,0029	- 10 - 79	$\overline{u_1}, \overline{u_1^2}, \overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}, \overline{u_1 u_2}$

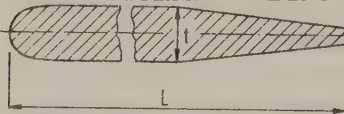


Tabelle 1: Der Nachlauf in Körpernähe
Zusammenstellung experi-
menteller Untersuchungen

4.1.3.1 Auswertung der Meßergebnisse von Pot und Ramaprian

Bei der Auswertung der experimentellen Daten im Scherschichtaußenbereich liegt die Vorstellung zu Grunde, daß die Strömung hier noch von der durch den plötzlichen Wegfall der Haftbedingung aufgeprägten Störung unbeeinflußt bleibt. Als Bezugsgeschwindigkeit der in den Bildern 25, 26, 27 und 28 dargestellten Profile der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit und der Reynolds'schen Schubspannung wird dementsprechend die am Ende des Flügels gemessene und mit u_{TW} bezeichnete Wandschubspannungsgeschwindigkeit gewählt. Bezugslänge ist die lokale Scherschichtdicke δ_3 . Die Bilder zeigen deutlich, daß sich im Außenbereich der Scherschicht ein mit der Lauflänge kleiner werdender Bereich existiert, der noch die universellen Gesetzmäßigkeiten ungestörter Grenzschichtströmungen hat, sowie den Ort des Abweichens von diesem Verhalten.

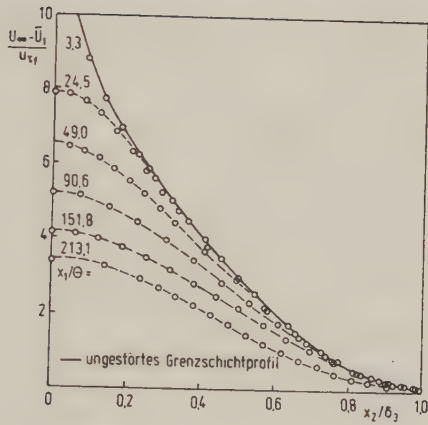


Bild 25: Der Nachlauf in Körperröhre
zeitlich gemittelte Geschwindigkeit im Scherschicht-
außenbereich. Messungen von Pot

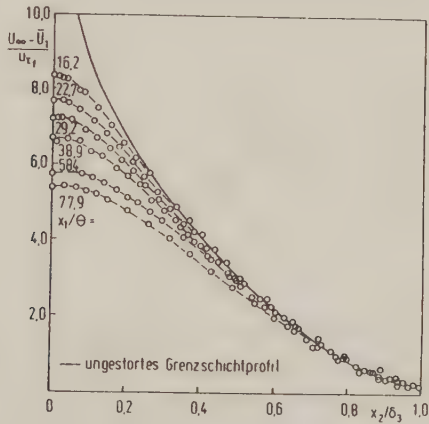


Bild 26: Der Nachlauf in Körperröhre
zeitlich gemittelte Geschwindigkeit im Scherschicht-
außenbereich. Messungen von Ramaprian et al

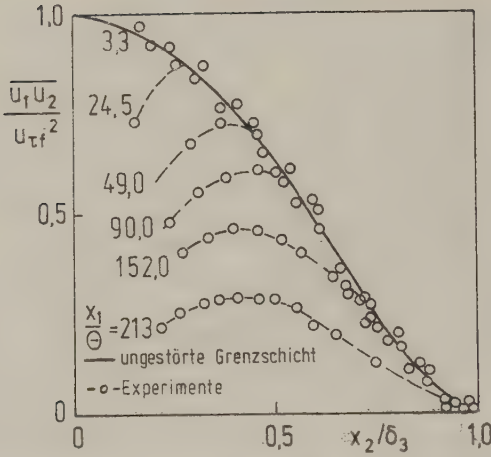


Bild 27: Der Nachlauf in Körpernähe
Reynoldssche Schubspannungen im Scherschichtaußenbereich. Messungen von Pot

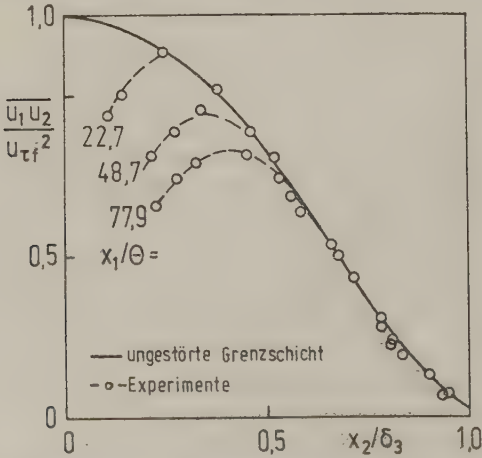


Bild 28: Der Nachlauf in Körpernähe
Reynoldssche Schubspannungen im Scherschichtaußenbereich. Messungen von Ramaprian et al

Die Auswertung im Bereich um die Symmetrielinie - hier gilt die Randbedingung $d\bar{U}_1/dx_2 = 0$ - unterliegt der Vorstellung, daß sich hier innerhalb der Scherschicht ein Bereich entwickelt, der schon die Turbulenzstruktur ungestörter Nachlaufströmungen aufweist. Diese Annahme ist äquivalent zu der Annahme, daß in Grenzschichten nach einer plötzlichen Änderung der Wandbeschaffenheit ein in unmittelbarer Wandnähe befindlicher Bereich existiert, der sich bereits der neuen Wandbeschaffenheit angepaßt hat. Dementsprechend wird als Bezugsgeschwindigkeit die maximale Defektgeschwindigkeit an der jeweiligen Stelle in Strömungsrichtung gewählt. Bild 29 und 30 zeigt die Profile der zeitlich gemittelten Geschwindigkeiten. Hierbei ist die Bezugslänge b_{f1} so ausgewählt worden, daß das experimentell ermittelte Profil in dieser Darstellung möglichst lange dem miteingezeichneten universellen Gesetz folgt.

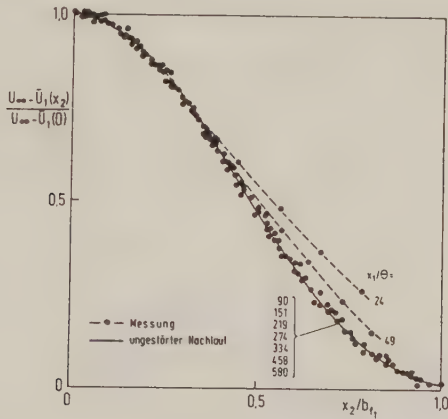


Bild 29: Der Nachlauf in Körpennähe
zeitlich gemittelte Geschwindigkeiten im Innen-
bereich der Scherschicht. Messungen von Pot

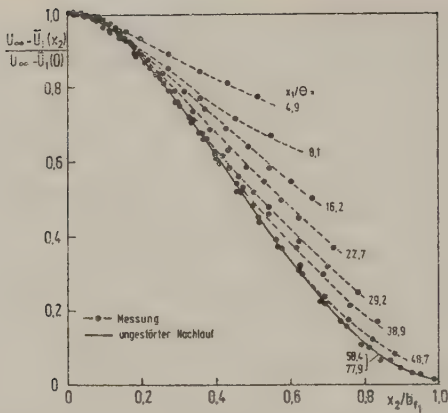


Bild 30: Der Nachlauf in Körpernähe
zeitlich gemittelte Geschwindigkeiten im Innenbereich
der Scherschicht. Messungen von Ramaprian et al

Bild 31 zeigt Profile der Reynolds'schen Schubspannung bei Benutzung vorher bestimmter und in den Bilder 29 und 30 benutzter Bezugsgrößen. Ein universeller Verlauf im Innenbereich ist nicht gegeben. Da es lediglich darauf ankommt, das Nichterfülltsein eines universellen Zusammenhangs aufzuzeigen, ist eine Zuordnung von Meßwerten und Meßstationen in Bild 31 nicht durchgeführt.

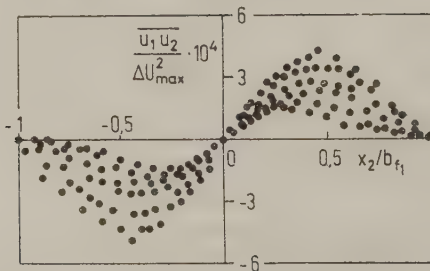


Bild 31: Der Nachlauf in Körpernähe
Reynoldssche Schubspannungen im Innenbereich der
Scherschicht. Messungen von Pot
Werte x_1/θ wie in Bild 30

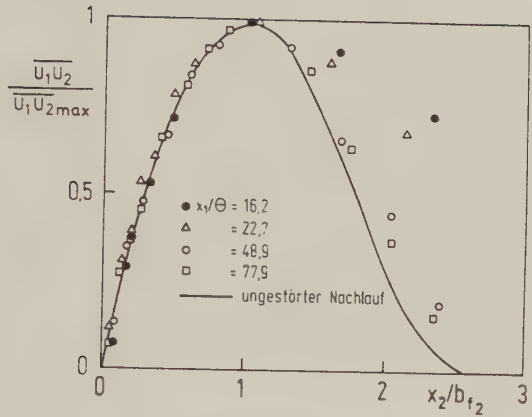


Bild 32: Der Nachlauf in Körpennähe
Reynoldssche Schubspannungen im Innenbereich
der Scherschicht. Messungen von Ramaprian

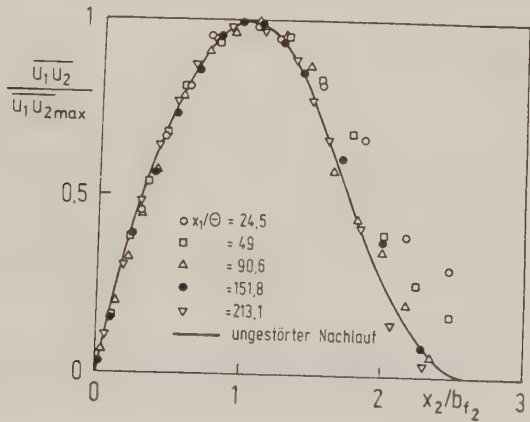


Bild 33: Der Nachlauf in Körpennähe
Reynoldssche Schubspannungen im Innenbereich
der Scherschicht. Messungen von Pot

Die Bilder 32 und 33 zeigen den Verlauf der Reynolds'schen Schubspannung, wenn als Bezugsgrößen die maximale Reynolds'sche Schubspannung $\overline{u_1 u_2}_{\max}$ und der x_2 -Wert b_{f2} , an dem die Schubspannung ihren Maximalwert einnimmt, gewählt werden. Bei dieser Art der Auftragung ergibt sich ein universeller Verlauf der Reynolds'schen Schubspannung im Scherschichtinnenbereich. Bild 34 zeigt den relativen Verlauf der benutzten Bezugsgrößen. Es werden aus diesem Bild die relativ großen Abweichungen vom lokalen Gleichgewicht deutlich (das lokale Gleichgewicht wird durch die gestrichelte eingezeichnete Linie beschrieben). Gleichermaßen zeigt Bild 34 die Stelle, an der das lokale Gleichgewicht erreicht wird.

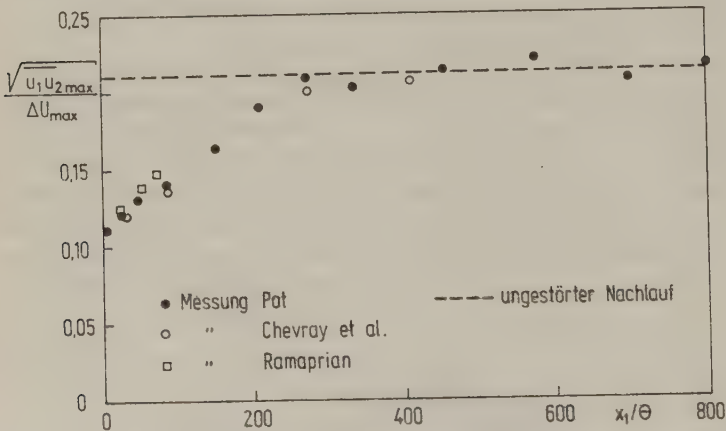


Bild 34: Der turbulente Nachlauf in Körnernähe
Relativer Verlauf der Bezugsgeschwindigkeiten
im Scherschichtinnenbereich

4.1.3.2 Diskussion der Meßergebnisse

Bild 35 zeigt den Verlauf der inneren Mischungsschicht. Während die Strömung im Außenbereich der Scherschicht die Forderungen nach dem lokalen Gleichgewicht der Strömung, gekennzeichnet durch die Existenz universeller Gesetzmäßigkeiten und eines einheitlichen Satzes von Bezugsgrößen für die zeitlich gemittelte und die turbulente Bewegung, sehr gut erfüllt, treten im inneren Bereich deutliche Abweichungen von einem im Gleichgewicht befindlichen Strömungsverhalten auf. Hier ist zwar die Forderung nach der Existenz universeller Gesetzmäßigkeiten erfüllt, jedoch nicht die Forderung nach der Existenz eines einheitlichen Satzes von Bezugsgrößen. Ein ähnliches Ergebnis wurde von Narasimha und Prabhu (1972) bei der Untersuchung des Nachlaufs, der sich einem plötzlich veränderten Druck anpaßt, gefunden.

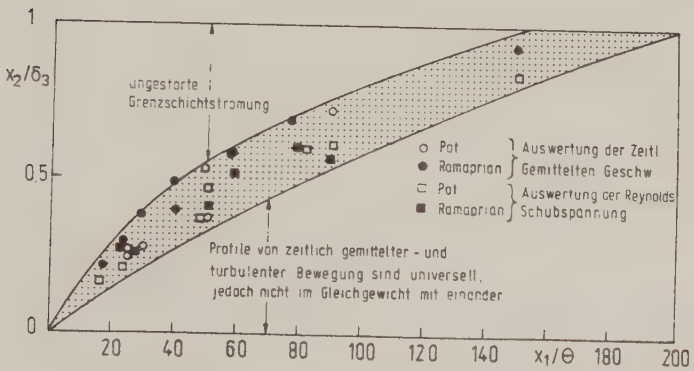


Bild 35: Der turbulente Nachlauf in Körnernähe
Schichtenstruktur

4.1.4 Gemeinsame Eigenschaften der untersuchten Strömungskonfigurationen

Der am Anfang von Kapitel 4 unterstellte Dreischichtencharakter für die untersuchte Klasse von Strömungen wird durch die Analyse experimenteller Daten weitgehend bestätigt.

Eine exakte Bestätigung wird für die jeweils der reibungslosen Außenströmung benachbarten Schicht gefunden, während in der jeweils inneren Schicht - dies ist bei wandgebundenen Scherschichten der Bereich in Wandnähe, in freien Scherschichten der Bereich um die Symmetrielinie - Abweichungen vom universellen Verhalten auftreten.

Im Fall der wandgebundenen Scherschichten sind diese Abweichungen relativ klein, so daß der innere Bereich dieser Scherschichten als gleichgewichtsnah bezeichnet werden kann.

Bei der untersuchten freien Scherschicht sind die Abweichungen vom ausgebildeten Verhalten so groß, daß der Begriff der Gleichgewichtsnähe hier unangebracht wäre.

Das Verhalten der untersuchten Strömungskonfigurationen weist darauf hin, daß das Vorhandensein einer Wand die Strömung in Wandnähe weitaus mehr beeinflusst, als in freien Scherschichten die Randbedingung auf der Symmetrielinie die Strömung in der Umgebung der Symmetrielinie.

Dieses Verhalten ist nicht allzu verwunderlich, da der Einfluß der Wand auch in Scherströmungen mit ausgebildeter Turbulenzstruktur durch andere Gesetzmäßigkeiten zum Ausdruck kommt als im Außenbereich der Scherschicht. Freie Scherschichten hingegen können in ihrer Gesamtheit durch ein einziges Gesetz beschrieben werden.

4.2 Konzept zur Berechnung turbulenter Scherschichten mit gestörter Turbulenzstruktur unter Berücksichtigung der Schichtenstruktur

Im Kapitel 3 ist ausgeführt worden, daß es bis heute noch kein allgemeingültiges Verfahren zur Berechnung turbulenter Scherschichten gibt. Gleichzeitig ist der komplexe Aufbau "moderner" Rechenverfahren häufig mit hohem Rechenzeitaufwand und Speicherplatzbedarf verbunden. Wenn für eine genaue Berechnung von Strömungskonfigurationen Wechselwirkungseffekte zwischen turbulenter Scherschicht und reibungsloser Außenströmung berücksichtigt werden müssen, ist wegen der großen Anzahl der erforderlichen iterativen Rechnungen ein Rechenverfahren mit geringem Speicherplatzbedarf und kurzen Rechenzeiten von besonderer Bedeutung. Aus diesen Gründen ist in den letzten Jahren häufig davon Abstand genommen worden, aufwendige Turbulenzmodelle mit dem Anspruch auf Allgemeingültigkeit zu benutzen, sondern man verwendet einfache Verfahren, die auf eine ganz bestimmte Strömungsart zugeschnitten sind und damit nur eine ganz bestimmte Art des Wechselspiels zwischen dem Feld der zeitlich unabhängigen und dem der turbulenten Bewegung beschreiben können. Unter dem Verlust der Allgemeingültigkeit kann für den betrachteten Spezialfall die relevante Physik recht genau berücksichtigt werden. Für abgelöste Strömungen sind dementsprechend eine Reihe von einfach aufgebauten und schnellen Rechenverfahren auf der Basis von Integralgleichungen entstanden (siehe z.B. Lyrio et al (1981)), die für eine ingenieurmäßige Anwendung ausreichend gute Berechnungsergebnisse liefern.

Integralverfahren benutzen als Berechnungsgrundlage die integrierte Grenzschichtgleichung (11). Diese lautet für eine ebene, inkompressible Grenzschichtströmung

$$\frac{d\theta}{dx_1} = \frac{c_f}{2} - (H_{12} + 2) \frac{\theta}{U_e} \frac{dU_e}{dx_1} \quad (17)$$

Es bedeuten θ die sogenannte Impulsverlustdicke, definiert durch

$$\theta = \int_0^{\delta} \frac{\bar{U}_1}{U_e} \left(1 - \frac{\bar{U}_1}{U_e} \right) dx_2 \quad (18)$$

c_f ist der Wandschubspannungsbeiwert

$$c_f = \frac{2 \tau_w}{\rho U_e^2} \quad (19)$$

H_{12} ist der sogenannte Formparameter δ^*/θ und U_e die bekannte Geschwindigkeit der reibungslosen Außenströmung am Grenzschichtrand. Zur Berechnung von turbulenten Scherschichten mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur werden Integralverfahren schon seit langem verwendet. Beispiele sind das Integralverfahren nach Head (1958) oder das nach Walz (1966). Im Gegensatz zu den sogenannten Feldmethoden, bei denen die Strömungsgrößen in jedem Punkt des Strömungsfeldes berechnet werden können, können Integralgleichungen nur globale Strömungsgrößen, wie Wandschubspannung, Impulsverlustdicke oder Formparameter bestimmen. Der Vorteil der Integralverfahren liegt darin, daß wieder im Gegensatz zu den Feldmethoden nicht partielle, sondern gewöhnliche Differentialgleichungen zu lösen sind. Dies ist in der Regel mit einem sehr geringen numerischen Aufwand und kurzen Rechenzeiten verbunden.

Da die Gleichung (17) mehr als eine Unbekannte beinhaltet, sind weitere algebraische Beziehungen oder (gewöhnliche) Differentialgleichungen erforderlich, um ein geschlossenes Gleichungssystem zu erhalten. Wiederum ist keine punktweise Schließung wie z.B. die Beschreibung der turbulenten Viskosität in jedem Punkt des Strömungsfeldes durch die Mischungsweglänge und die lokalen Geschwindigkeitsgradienten, sondern eine globale Schließung, die den gesamten Bereich quer zur Strömungsrichtung beinhaltet, erforderlich. In den klassischen Integralverfahren werden nach Einführung einer oder mehrerer zusätzlicher Differentialgleichungen (Walz benutzt die aus Manipulation der Reynoldsschen Gleichung in x_1 -Richtung hergeleitete integrierte Gleichung für die kinetische Energie der zeitlich gemittelten Bewegung, Head verwendet eine Gleichung zur Beschreibung des Entrainmentvorgangs) die überzähligen Unbekannten mit Hilfe von empirischen Gesetzen durch die anderen Unbekannten ausgedrückt.

Die Existenz der empirischen Gesetze resultiert aus der Gleichheit des physikalischen Verhaltens der betrachteten Strömungen. Wenn maßgebliche strukturelle Eigenschaften des Strömungsverhalten für die betrachtete Klasse von Strömungen sozusagen aus einer experimentellen Lösung der Navier-Stokes Gleichungen bekannt sind, dann kann die Rechnung sich darauf beschränken, die zur Kennzeichnung der strukturellen Eigenschaften notwendigen Parameter zu bestimmen.

Diese Vorgehensweise zeigt die Bedeutung des Zusammenspiels von experimentellen und theoretischen Überlegungen und erscheint besonders sinnvoll bei der Berechnung von turbulenten Scherschichten unter dem Einfluß von starken Störungen. Für die hier betrachtete Klasse von Strömungen mit nicht im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur wird die in der Analyse der experimentellen Daten gefundene charakterisierende Schichtenstruktur benutzt, um entsprechend den

vorherigen Ausführungen eine Berechnung mit Hilfe eines Integralverfahrens durchzuführen. Die Berechnung beschränkt sich, wenn die Verteilung der Strömungsgrößen in der inneren Mischungsschicht aus Kenntnis des Verlaufs dieser Größen in den umgebenden Schichten mit ausreichender Genauigkeit approximiert werden kann, auf die Ermittlung der von der Lauflänge abhängigen Bezugsgrößen in den Schichten außerhalb der inneren Mischungsschicht, sowie auf die Lage der einzelnen Schichten.

Wegen der Verwandtschaft des Ausbreitungsvorgangs der inneren Mischungsschicht, die ja als Mischungszone zweier benachbarter ungestörter Strömungsbereiche mit jeweils unterschiedlichem Skalierungsverhalten aufgefaßt werden kann, mit dem Ausbreitungsvorgang turbulenter Scherschichten in die reibungslose Umgebung wird zur Schließung des Gleichungssystems unter anderem ein Entrainmentkonzept benutzt. Ein Entrainmentkonzept wurde erstmals 1958 von Head zur Berechnung ungestörter turbulenter Scherschichten eingeführt und wird heute noch in den Rechenverfahren von Head und Patel (1968) sowie Green (1972) benutzt. Zur Kennzeichnung der Entrainmenteigenschaften wird im Kapitel 4.2.1 das Entrainmentverhalten von Scherströmungen mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur erläutert, ehe eine Erweiterung dieses Konzeptes zur Beschreibung des Anwachsens der inneren Mischungsschicht in Kapitel 4.2.2 durchgeführt wird.

4.2.1 Entrainment in turbulenten Scherschichten mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur.

Mit Entrainment wird der Wechselwirkungsvorgang zwischen einem Fluidstrom und einem umgebenden Fluid bezeichnet, der

bewirkt, daß letzteres Fluid an der Bewegung von erstgenanntem Fluidstrom teilnimmt. Entrainment findet in den Randbereichen von Scherschichten statt, wo die instationäre turbulente Bewegung das umgebende reibungslose Fluid dazu bringt, an der turbulenten Bewegung teilzunehmen. Das Wachsen von Scherschichten wird also durch den Entrainmentprozeß gesteuert. In der Literatur sind zahlreiche Untersuchungen bezüglich des Entrainmentverhaltens von turbulenten Scherschichten bekannt (siehe z.B. Paizis und Schwarz (1975) oder Townsend (1976)), bis heute ist jedoch die Physik des Entrainmentvorgangs noch nicht vollkommen verstanden. Allgemein akzeptiert wird die These, daß der Entrainmentprozeß durch die Grobstruktur der turbulenten Bewegung - hierunter wird die Art und Weise der instationären Bewegung der großen Turbulenzballen (Eddies) verstanden - gesteuert wird. Da die Grobstruktur der turbulenten Bewegung im wesentlichen unabhängig von der Reynoldszahl verläuft (siehe z.B. Brown und Roshko (1974)), kann dies auch für den Entrainmentprozeß angenommen werden. Weiterhin soll unterstellt werden, daß in turbulenten Scherschichten eine charakteristische Größe existiert, die repräsentativ für die Grobstruktur der turbulenten Bewegung ist, und die damit wiederum den Entrainmentprozeß kennzeichnen kann. Für die Entrainmentgeschwindigkeit, diese ist definiert durch die Beziehung

$$v_e = \frac{dQ}{dx_1} = \frac{d}{dx_1} \left(\int_0^{\delta} \bar{u}_1 dx_2 \right) \quad (20)$$

mit Q als dem spezifischen Volumenstrom in der Scherschicht, kann dann die folgende Abhängigkeit erwartet werden.

$$v_e = v_e (U_\infty, u_\tau, b, \rho, \mu) \quad (21)$$

Es bedeuten u_τ die charakteristische Größe für den Entrainmentprozeß mit der Dimension einer Geschwindigkeit, b ist eine repräsentative Länge, z.B. die Breite eines Nachlaufs, ρ und μ sind kennzeichnend für die Stoffeigenschaften des Fluids. Die Dimensionsanalyse liefert:

$$\frac{v_e}{u_\tau} = f \left(\frac{U_\infty b}{v} \right) \quad (22)$$

Wenn keine Abhängigkeit von der Reynoldszahl existiert, gilt:

$$c_e = \frac{v_e}{u_\tau} = \text{const} \quad (23)$$

c_e wird in der Literatur häufig als Entrainmentkoeffizient bezeichnet.

Für freie Scherschichten können nun aus der integrierten Impulsgleichung, diese lautet hier:

$$\frac{d\phi}{dx_1} = 0, \quad (24)$$

mit Hilfe der Beziehung (23), sowie der Annahme, daß die betrachtete Strömung universelle Geschwindigkeitsprofile besitzt, die Wachstumsgesetze für Freistrahlen, Nachläufe und Mischungsschichten entsprechend Tabelle 2 hergeleitet werden.

Die in Tabelle 2 ermittelten Wachstumsraten sind durch experimentelle Untersuchungen hinreichend bestätigt und si-

chern die Unterstellung ab, daß der Entrainmentprozeß unabhängig von der Reynoldszahl verläuft.

Strömung	Char. Entrain- mentge- schwin- digkeit	Ähnliche Profile c_E konstant	ähnliche Profile Impuls konstant	Wachstums- gesetze
ebener Freistrah	$U_{\max}$	$\frac{d}{dx}(U_{\max} \cdot b) \sim U_{\max}$	$U_{\max}^2 \cdot b = \text{konst}$	$b \sim x_1$ $U_{\max} \sim x_1^{-1/2}$
axialsymm. Freistrah	$U_{\max}$	$\frac{d}{dx}(U_{\max} \cdot b^2) \sim U_{\max} \cdot b$	$U_{\max}^2 \cdot b^2 = \text{konst}$	$b \sim x_1$ $U_{\max} \sim x_1^{-1}$
ebene Mischungs- schicht	$U_2 - U_1$	$\frac{d}{dx}[\frac{1}{2}(U_1 + U_2) \cdot b] \sim U_2 - U_1$		$b \sim \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2} x_1$
ebener Nachlauf	$\Delta U_{\max}$	linearisiert für kleine $\Delta U_{\max}$ $\frac{db}{dx} \sim \frac{\Delta U_{\max}}{U_{\infty}}$	$b \cdot \Delta U_{\max} = \text{konst}$	$b \sim x_1^{1/2}$ $\Delta U_{\max} \sim x_1^{-1/2}$
axialsymm. Nachlauf	$\Delta U_{\max}$	linearisiert für kleine $\Delta U_{\max}$ $\frac{d}{dx}(U_{\infty} \cdot b^2) \sim b \cdot \Delta U_{\max}$	$U_{\max} \cdot b^2 = \text{konst}$	$b \sim x_1^{1/3}$ $\Delta U_{\max} \sim x_1^{-2/3}$

b : Breite oder Radius der Scherschicht

$U_{\max}$: Maximalgeschwindigkeit im Freistrah

$\Delta U_{\max}$: maximale Defektgeschwindigkeit im Nachlauf

U_{∞} : Außengeschwindigkeit

$U_2 - U_1$: Geschwindigkeitsdifferenz bei der Mischungsschicht

Tabelle 2: Wachstumsgesetze freier Scherschichten

In den vorigen Herleitungen sind die den Entrainmentvorgang charakterisierenden Geschwindigkeiten den jeweiligen ausgezeichneten zeitlich gemittelten Geschwindigkeiten gleichgesetzt worden. Da in freien Scherschichten mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur stets ein konstantes Verhältnis zwischen der ausgezeichneten zeitlich gemittelten Geschwindigkeit und der entsprechenden charakteristischen turbulenten Größe besteht, - z.B.

$$\frac{(\overline{u_1 u_2})_{\max}}{\Delta U_{\max}^2} = \text{const} \quad (25)$$

wäre die Wahl von $(\overline{u_1 u_2})_{\max}$ eine äquivalente, wenn nicht physikalisch sinnvollere charakteristische Entrainmentgeschwindigkeit gewesen.

Ähnlich wie für freie Scherschichten läßt sich für Grenzschichten die folgende Überlegung durchführen. Wegen der Ähnlichkeit des Grenzschichtaußenbereichs mit der Nachlaufströmung soll angenommen werden, daß die charakteristische Geschwindigkeit für den Entrainmentvorgang einem typischen Geschwindigkeitsdefekt (z.B. an der Stelle $x_2 = \delta/2$) entspricht. In der Arbeit von Head (1958) wird solch ein charakteristischer Geschwindigkeitsdefekt durch den Formparameter H_{12} näher beschrieben. Es erscheint jedoch gleichwertig, als Maß für den charakteristischen Geschwindigkeitsdefekt die Wandschubspannungsgeschwindigkeit $u_{\tau w}$ zu wählen, da in den Gesetzen für den Außenbereich turbulenter Grenzschichten (universelles Nachlaufgesetz) die Wandschubspannungsgeschwindigkeit als Bezugsgeschwindigkeit für den Geschwindigkeitsdefekt benutzt wird. Die zu lösenden Gleichungen für den Fall konstanten Drucks in der Grenzschicht lauten dann:

Impulsgleichung :

$$\frac{d\theta}{dx_1} = \frac{c_f}{2} \quad (26)$$

Entrainmentbeziehung :

$$c_e = \frac{v_e}{u_{\tau w}} = \frac{1}{u_{\tau w}} \frac{d}{dx_1} \left(\int_0^\delta \bar{u}_1 dx_2 \right) = \text{const} \quad (27)$$

Die obigen Gleichungen können nicht mehr entsprechend der Vorgehensweise für die freien Scherschichten analytisch ausgewertet werden. Allerdings liefert das Einsetzen eines universellen Geschwindigkeitsprofils (z.B. des Zweiparameterprofils nach Coles mit $u_{\tau w}$ und δ als Bezugsgrößen) in die Impulsgleichung und die Entrainmentbeziehung zwei gewöhnliche Differentialgleichungen für die Unbekannten $u_{\tau w}$ und δ , die mit einem minimalen Aufwand numerisch integriert werden können. Für eine Berechnung ist es allerdings erforderlich, den Wert für den Entrainmentkoeffizienten c_e näher zu spezifizieren. Da dessen Wert von der Art der Grobstruktur der Turbulenz in der jeweiligen Strömung abhängt, kann ein einheitlicher Wert nicht erwartet werden. Nach Townsend (1976) hängt der Wert für den Entrainmentkoeffizienten von der Wellenzahl ab, die mit der maximalen Anwachsrate einer Instabilität korrespondiert. Dieser Punkt ist jedoch noch nicht ausreichend geklärt. Für zwei Strömungsbeispiele, nämlich für die ebene Nachlaufströmung und die ebene Grenzschichtströmung bei Gleichdruck sind die Entrainmentkoeffizienten durch Anpassen der erzielten Ergebnisse an bekannte Ergebnisse bestimmt worden. Im Fall der Grenzschichtströmung wird dabei gleichzeitig überprüft, inwieweit die Wahl

der Wandschubspannungsgeschwindigkeit zur charakteristischen Geschwindigkeit für den Entrainmentproze eine sinnvolle Wahl war. Bild 36 zeigt den Verlauf von maximaler Defektgeschwindigkeit und Scherschichtbreite eines ebenen Nachlaufs im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen. Bild 37 zeigt den Verlauf des Wandschubspannungsbeiwertes an einer ebenen Platte im Vergleich zur Berechnung mit dem in Kapitel 3 bereits erwähnten Cebici-Programm. Entrainmentkoeffizienten sind gewählt worden zu:

$$\text{Nachlauf : } c_e = \frac{v_e}{(\bar{u}_1 \bar{u}_2)^{1/2}_{\max}} = 1.62 \quad (28)$$

$$\text{Grenzschicht : } c_e = \frac{v_e}{u_{\tau w}} = 0.3105 \quad (29)$$

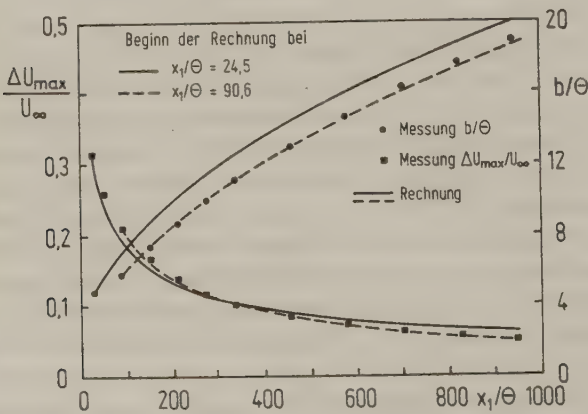


Bild 36: Der ausgebildete, ebene Nachlauf
Berechnung nach dem Entrainmentkonzept

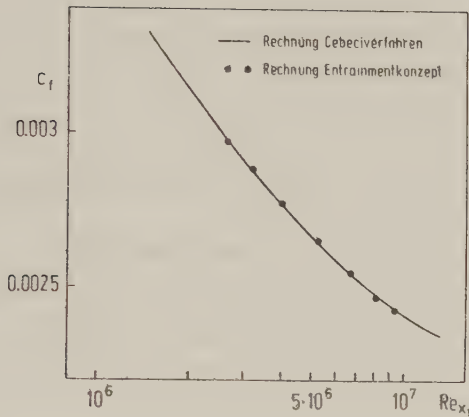


Bild 37: Berechnung des Verlaufs der Wandschubspannung an der ebenen Platte
Vergleich Entrainmentverfahren - Cebeciverfahren

4.2.2 Entrainmentkonzept für die Ausbreitung einer inneren Mischungsschicht

Für die Berechnung der betrachteten Klasse von Strömungen unter dem Einfluß von starken Störungen ist es erforderlich, das Anwachsen einer inneren Mischungsschicht zu beschreiben. Bild 38 zeigt noch einmal die verallgemeinert dargestellte Schichtenstruktur solcher Strömungen. Während das Anwachsen der gesamten Scherschicht entsprechend Kapitel 4.2.1 als der charakteristischen Geschwindigkeit in der Schicht $x_2 > \delta_2$ proportional gesetzt wird,

$$\frac{d}{dx} \left(\int_0^{\delta_3} \bar{u}_1 dx_2 \right) = EK_3 u_{\tau 3} \quad (30)$$

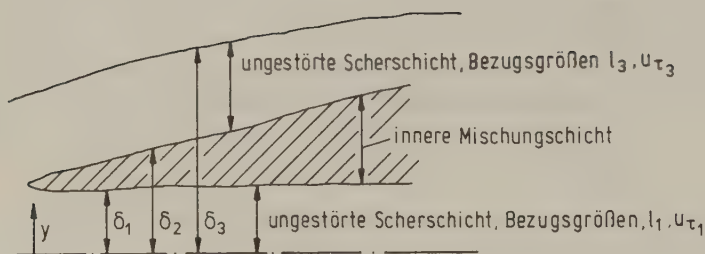


Bild 38: Schematische Darstellung einer Mischungsschicht

wird das Anwachsen der inneren Mischungsschicht als der Differenz der charakteristischen Geschwindigkeiten der außerhalb liegenden Strömungsbereiche angenommen.

$$\frac{d}{dx_1} \left(\int_{\delta_1}^{\delta_2} \bar{u}_1 dx_2 \right) = EK_2 (u_{\tau_3} - u_{\tau_1}) \quad (31)$$

Für den Fall wandgebundener Scherschichten lassen sich wegen des perfekten Gleichgewichts im Strömungsaußenbereich und des gleichgewichtsnahen Zustands im Wandbereich die Bezugsgrößen eindeutig definieren. Für die betrachtete freie Scherschicht, den Nachlauf in Körperrnähe, ergaben sich im Innenbereich der Strömung für die zeitlich gemittelte Geschwindigkeit und die Reynoldsschen Schubspannungen deutlich unterschiedliche charakteristische Geschwindigkeiten.

Die Wahl der Bezugsgröße ist somit nicht eindeutig. Es wird jedoch vermutet, daß die für die Beschreibung der turbulenten Größen maßgebliche Bezugsgröße auch für die Beschreibung des Entrainmentsverhaltens charakteristisch ist. Inwieweit diese Annahme gerechtfertigt ist, wird in Kapitel 4.2.3 ausgeführt. Zur Beschreibung des Anwachsens jeder Schicht selbst wird die Beziehung 31 wie folgt aufgespalten:

$$\frac{d}{dx_1} \left(\int_0^{\delta_1} \bar{u}_1 dx_2 \right) = EK_{2a} (u_{\tau 3} - u_{\tau 1}) \quad (32)$$

$$\frac{d}{dx_1} \left(\int_0^{\delta_2} \bar{u}_1 dx_2 \right) = EK_{2b} (u_{\tau 3} - u_{\tau 1}) \quad (33)$$

Diese sehr einfache Art der Aufspaltung ist Teil der verwendeten Entrainmentkonzeptes.

4.3 Das Berechnungsverfahren

Zur Berechnung der hier betrachteten Klasse von Strömungen unter dem Einfluß von starken Störungen wird entsprechend der experimentell ermittelten Schichtenstruktur die Geschwindigkeitsverteilung in der Scherschicht in drei Bereiche unterteilt. In den Bereichen $x_2 \leq \delta_1$ und $x_2 \geq \delta_2$ ist der Verlauf der Geschwindigkeit wegen der Gültigkeit der universellen Gestzmäßigkeiten bekannt und nur durch die Bezugsgrößen bestimmt. Durch Kenntnis der Geschwindigkeitsverteilung an den Rändern wird der Verlauf in der inneren Mischungsschicht approximiert. Im einfachsten Fall kann dies durch einen linearen Verlauf geschehen. Einsetzen der Geschwindigkeitsverteilung in die integrierte Impulsgleichung

chung (17), sowie die Entrainmentbeziehungen (30), (32) und (33) liefert dann das zu lösende Gleichungssystem von vier Gleichungen mit sieben Unbekannten. Die Unbekannten sind die vier Bezugsgrößen zur Beschreibung des Verlaufs der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit in den außerhalb der inneren Mischungsschicht liegenden Strömungsbereichen, zwei Schichtdicken zur Abgrenzung der inneren Mischungsschicht und die Dicke der gesamten Scherschicht. Die Beschreibung der drei überzähligen Unbekannten wird unter Zuhilfenahme der experimentell ermittelten Eigenschaften der jeweiligen Strömungskonfiguration durch die anderen auftretenden Unbekannten in der Form allgemeingültiger Statements durchgeführt. In den meisten Fällen ist dies durch die Art der durchgeführten Analyse der experimentellen Daten bereits vorgegeben. Da hierfür an dieser Stelle kein einheitliches Rezept angegeben werden kann, wird dies bei der Beschreibung der Anwendung des Rechenverfahrens auf die drei untersuchten Strömungskonfigurationen in den nächsten Kapiteln getan.

4.4 Anwendung des Rechenverfahrens

4.4.1 Die Grenzschicht nach einer plötzlichen Änderung der Wandbeschaffenheit

Die Schichtenstruktur, sowie das experimentell ermittelte Skalierungsverhalten in den einzelnen Schichten ist zusammenfassend in Bild 39 aufgeführt.

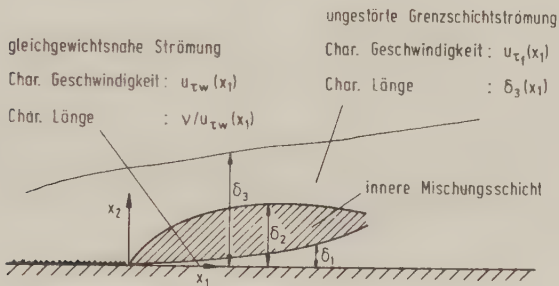


Bild 39: Die turbulente Grenzschicht $\text{rauh} \rightarrow \text{glatt}$
Schichtenstruktur und Skalierungseigenschaften

Um das Rechenverfahren möglichst einfach zu gestalten, wird die Grenze der inneren Schicht mit

$$\frac{u_{\tau_w} x_2}{v} = 10$$

fest vorgegeben. Eine Beschreibung des Anwachsens der wand-

nächsten Schicht ist damit nicht mehr erforderlich. Die Geschwindigkeitsverteilung in den einzelnen Schichten wird wie folgt beschrieben:

$$0 < x_2 < \delta_1 \quad \bar{U}_1 = u_{\tau w} F_1 (u_{\tau w} x_2 / \nu) \quad (34a)$$

$$\delta_1 < x_2 < \delta_2 \quad \bar{U}_1 = u_{\tau w} F_{2b} + u_{\tau f} F_{2a} \quad (34b)$$

$$\delta_2 < x_2 < \delta_3 \quad \bar{U}_1 = U_\infty - u_{\tau f} F_3 (x_2 / \delta_3) \quad (34c)$$

Die Wahl der Geschwindigkeitsverteilung berücksichtigt die Beobachtung, daß die charakteristische Geschwindigkeit für die wandnächste Schicht $u_{\tau w}$ sich von der für den Grenzschichtaußenbereich $u_{\tau f}$ unterscheidet. In der inneren Mischungsschicht ist die Geschwindigkeitsverteilung von beiden Bezugsgeschwindigkeiten beeinflusst. Die Funktionen F_1 und F_3 sind wie folgt definiert:

$$F_1 = \frac{u_{\tau w} x_2}{\nu}$$

$$F_3 = -2.44 \ln \frac{x_2}{\delta_3} + 1 - \sin \frac{\pi (2 x_2 / \delta_3 - 1)}{2}$$

Die Funktionen F_{2a} und F_{2b} müssen so aufgebaut sein, daß an der Stelle $x_2 = \delta_1$ der Einfluß von $u_{\tau f}$ und an der Stelle $x_2 = \delta_2$ der Einfluß von $u_{\tau w}$ verschwindet. Es wird gesetzt:

$$F_{2b} = F_{1\delta_1} + (A_{1b} - F_{1\delta_1}) \left(\frac{x_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_1} \right) - A_{1b} \left(\frac{x_1 - \delta_2}{\delta_1 - \delta_2} \right)^2$$

$$F_{2a} = \left(\frac{U_{\infty}}{u_{\tau f}} - F_3 \delta_2 \right) + \left(A_{1a} - \frac{U_{\infty}}{u_{\tau f}} + F_3 \delta_2 \right) \left(\frac{x_2 - \delta_2}{\delta_1 - \delta_2} \right) -$$

$$A_{1a} \left(\frac{x_2 - \delta_2}{\delta_1 - \delta_2} \right)^2$$

wobei

$$F_1 \delta_1 = F_1 \left(\frac{u_{\tau w} \delta_1}{v} \right), \quad F_3 \delta_2 = F_3 \left(\frac{\delta_2}{\delta_3} \right)$$

$$A_{1a} = 0 \quad A_{1b} = 20 \frac{\delta_2}{\delta_3}$$

Der Aufbau der Funktionen F_{2a} und F_{2b} als Polynom 2. Grades ist gewählt worden, um eine relativ gute Anpassung der Geschwindigkeitsverteilung in der inneren Mischungsschicht an die experimentell ermittelten Profile zu gewährleisten. Ein linearer Verlauf der Geschwindigkeit wäre in diesem Fall keine adäquate Repräsentation der Geschwindigkeitsverteilung gewesen. Die Entrainmentbeziehungen lauten wie folgt:

$$\frac{d}{dx_1} \left(\int_0^{\delta_3} \bar{u}_1 dx_2 \right) = EK_3 u_{\tau f} \quad (35a)$$

$$\frac{d}{dx_1} \left(\int_0^{\delta_2} \bar{u}_1 dx_2 \right) = EK_3 |u_{\tau f} - u_{\tau w}| \quad (35b)$$

Für $u_{\tau f}$ wird der Wert der Wandschubspannungsgeschwindigkeit vor dem Rauigkeitssprung gesetzt. Eine x_1 - Abhängigkeit der Bezugsgröße $u_{\tau f}$ wird damit vernachlässigt.

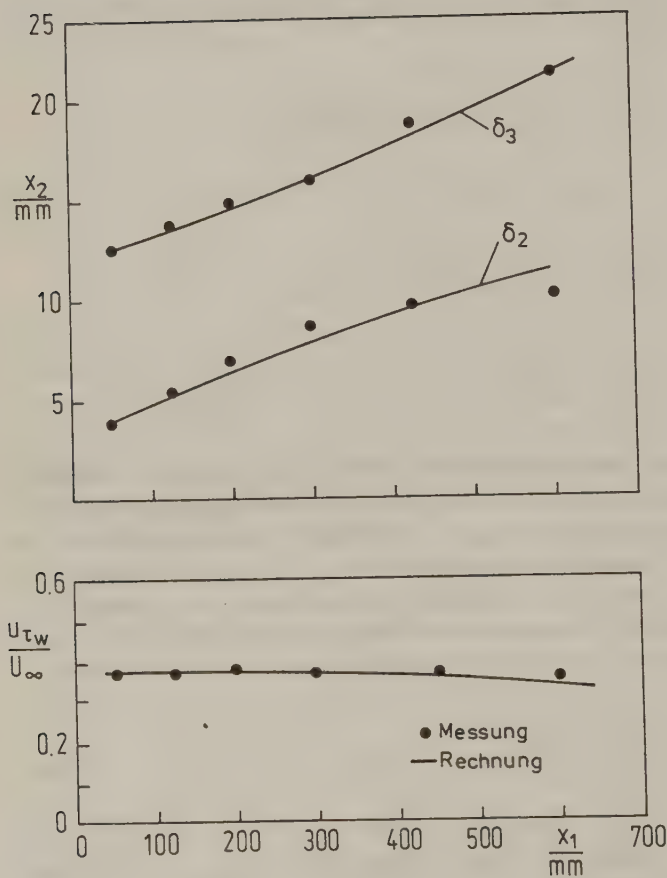


Bild 40: Die turbulente Grenzschicht von rauh $\rightarrow$ glatt
Berechnung der Grenzschicht nach dem
Rauigkeitssprung

Einsetzen der Geschwindigkeitsverteilung in die integrierte Grenzschichtgleichung - diese lautet:

$$\frac{d\theta}{dx_1} = \frac{u_{\tau w}}{U_\infty} \frac{1}{2} \quad \text{---} \quad (36)$$

und die Entrainmentbeziehungen (49) liefert ein Gleichungssystem von drei Gleichungen für die Unbekannten δ_2 , δ_3 , und $u_{\tau w}$. Mit den Werten

$$EK_3 = 0.31$$

$$EK_2 = 1.2$$

ergeben sich die in Bild 40 mit dem Experiment verglichenen Ergebnisse aus der Berechnung.

4.4.2 Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf

Bild 41 zeigt entsprechend den Ergebnissen aus der Datenanalyse Schichtenstruktur und Skalierungsverhalten der Scherschicht.

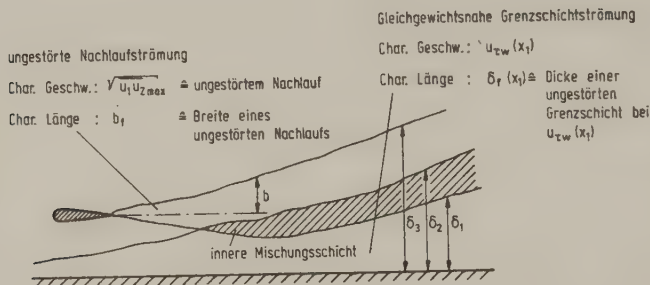


Bild 41: Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf
Schichtenstruktur und Skalierungseigenschaften

Die Geschwindigkeitsverteilung in den einzelnen Schichten wird wie folgt beschrieben.

$$0 < x_2 < \delta_1 \quad \bar{U}_1 = U_\infty - u_{\tau w} G_1 \left(\frac{x_2}{\delta_f} \right) \quad (37a)$$

$$\delta_1 < x_2 < \delta_2 \quad \bar{U}_1 = U_\infty - u_{\tau w} G_{2a} + (\overline{u_1 u_2})_{\max}^{1/2} G_{2b} \quad (37b)$$

$$\delta_2 < x_2 < \delta_3 \quad \bar{U}_1 = U_\infty - (\overline{u_1 u_2})_{\max}^{1/2} G_3 \left(\frac{x_2 - x_{20}}{b_f} \right) \quad (37c)$$

Die Funktionen G_1 , G_{2a} , G_{2b} und G_3 sind wie folgt ausgewählt:

$$G_1 = -2.44 \ln \frac{x_2}{\delta_f} + 1 - \sin \frac{\pi (2 x_2 / \delta_f - 1)}{2}$$

$$G_{2a} = G_1 \delta_1 \left(1 - \frac{x_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_1} \right) \quad , \quad G_1 \delta_1 = G_1 \left(\frac{\delta_1}{\delta_f} \right)$$

$$G_{2b} = G_3 \delta_2 \left(\frac{x_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_1} \right) \quad , \quad G_3 \delta_2 = G_3 \left(\frac{x_2 - x_{20}}{b_f} \right)$$

$$G_3 = \left(1 - \left(\frac{x_2 - x_{20}}{b_f} \right)^2 \right)^3$$

Die Wahl der Funktionen G_{2a} und G_{2b} entspricht einem linearen Verlauf der Geschwindigkeit in der inneren Mischungsschicht. Die Entrainmentbeziehungen lauten:

$$\frac{d}{dx_1} \left(\int_0^{\delta_1} \bar{u}_1 dx_2 \right) = EK_1 \left| \left(\overline{u_1 u_2} \right)_{\max}^{1/2} - u_{\tau w} \right| \quad (38a)$$

$$\frac{d}{dx_1} \left(\int_0^{\delta_2} \bar{u}_1 dx_2 \right) = EK_2 \left| \left(\overline{u_1 u_2} \right)_{\max}^{1/2} - u_{\tau w} \right| \quad (38b)$$

$$\frac{d}{dx_1} \left(\int_0^{\delta_3} \bar{u}_1 dx_2 \right) = EK_3 \left(\overline{u_1 u_2} \right)_{\max}^{1/2} \quad (38c)$$

Entsprechend den Ergebnissen aus der Analyse der experimentellen Daten sind $\left(\overline{u_1 u_2} \right)_{\max}^{1/2}$ und b_f charakteristische Ge-

schwindigkeit und Breite des fiktiven, ungestörten Nachlaufs, der sich bei Nichtvorhandensein der Grenzschicht entwickelt hätte. Wegen der Proportionalität von $(\overline{u_1 u_2})_{\max}^{1/2}$ und $\Delta U_{\max}$ in einem ungestörten Nachlauf wird gesetzt:

$$(\overline{u_1 u_2})_{\max}^{1/2} = K \Delta U_{\max} \quad (39)$$

mit $K = 0.21$ (siehe Bild 36). $\Delta U_{\max}$ und b_f werden aus einer Berechnung des ungestörten Nachlaufs entsprechend Kapitel 4.1.1 bestimmt und stehen somit bei der Berechnung der gestörten Scherschicht zur Verfügung. δ_f ist die fiktive Grenzschichtdicke einer ungestörten Grenzschicht mit der in der gestörten Scherschicht vorhandenen Wandschubspannung. Mit Hilfe des Coles' schen Wand- und Nachlaufgesetzes läßt sich diese Größe aus Gleichung (16) bestimmen. Einsetzen der Geschwindigkeitsverteilung (37) in die integrierte Impuls-gleichung

$$\frac{d\theta}{dx_1} = \frac{u_{\tau w}}{U_{\infty}^2} \quad (40)$$

sowie die Entrainmentbeziehungen (38) liefert ein Gleichungssystem von vier Gleichungen für die vier Unbekannten $u_{\tau w}$, δ_1 , δ_2 und δ_3 . Mit der Wahl der Entrainmentkoeffizienten

$$EK_1 = 0.25 \quad EK_2 = 0.9 \quad EK_3 = 0.85$$

ergibt sich der in Bild 42 dargestellte Vergleich zwischen Berechnung und Experiment.

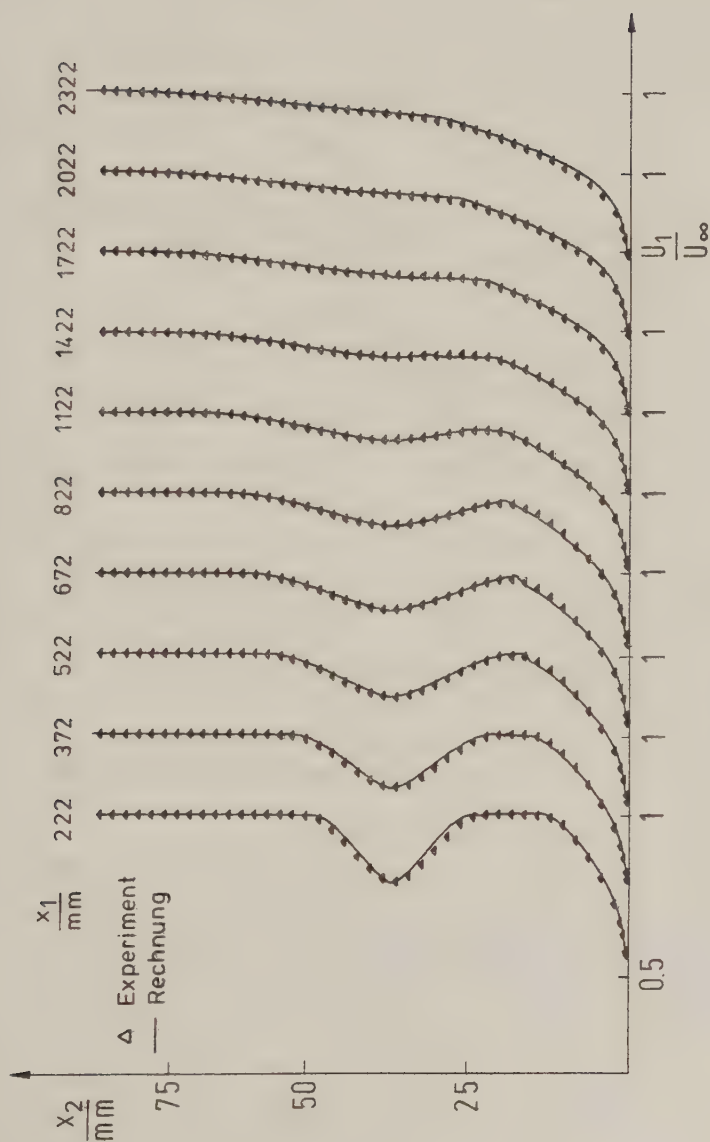


Bild 42: Das Zusammenwachsen von Grenzschicht und Nachlauf
Berechnung der Scherschicht

4.4.3 Der Nachlauf in Körnernähe

Bild 43 zeigt die experimentell ermittelte Schichtenstruktur sowie die Skalierungseigenschaften der einzelnen Schichten.

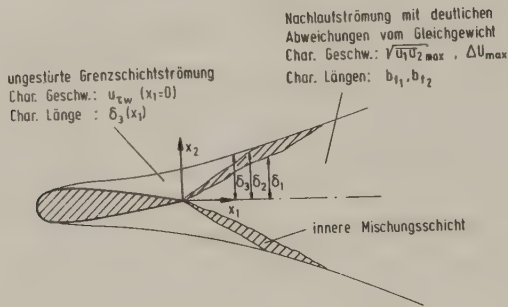


Bild 43: Der Nachlauf in Körnernähe
Schichtenstruktur und Skalierungseigenschaften

Die Geschwindigkeitsverteilung ist gewählt worden zu:

$$0 < x_2 < \delta_1 \quad \bar{U}_1 = U_\infty - \Delta U_{max} H_1 \left(\frac{x_2}{b_{f1}} \right) \quad (41a)$$

$$\delta_1 < x_2 < \delta_2 \quad \bar{U}_1 = U_\infty - \Delta U_{max} H_{2a} + u_{tf} H_{2b} \quad (41b)$$

$$\delta_2 < x_2 < \delta_3 \quad \bar{U}_1 = U_\infty - u_{tf} H_3 \left(\frac{x_2}{\delta_3} \right) \quad (41c)$$

Die Funktionen H_1 , H_{2a} , H_{2b} und H_3 sind folgendermaßen spezifiziert:

$$H_1 = \left(1 - \left(\frac{x_2}{b_{f1}} \right)^2 \right)^3$$

$$H_{2a} = H_1 \delta_1 \left(1 + \frac{x_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_1} \right) \quad H_1 \delta_1 = H_1 \left(\frac{\delta_1}{b_{f1}} \right)$$

$$H_{2b} = H_3 \delta_2 \frac{x_2 - \delta_1}{\delta_2 - \delta_1} \quad H_3 \delta_2 = H_3 \left(\frac{\delta_2}{\delta_3} \right)$$

$$H_3 = -2.44 \ln \frac{x_2}{\delta_3} + 1 - \sin \frac{\pi (2 x_2 / \delta_3 - 1)}{2}$$

Wegen der Abweichungen vom lokalen Gleichgewicht im Scherschichtinnenbereich ist es nicht möglich, entsprechend Gleichung 40c $(\overline{u_1 u_2})_{\max}^{1/2}$ als Bezugsgeschwindigkeit in Gleichung 45a zu verwenden. b_{f1} ist die fiktive, nicht direkt meßbare Nachlaufbreite für den Innenbereich der Scherschicht. Der Verlauf dieser Größe wird für den körpernahen Nachlauf als universell unterstellt und durch die nachfolgende Beziehung beschrieben.

$$b_{f1} = 1.17 \cdot \exp \left(-10.5 \theta / x_1 \right) \quad (42)$$

In Bild 44 ist der aus den Experimenten von Pot und Ramaprian bestimmte Verlauf der Bezugslänge b_{f1} dargestellt. u_{tf} ist die Wandschubspannungsgeschwindigkeit an der Hinterkante des den Nachlauf erzeugenden Flügels.

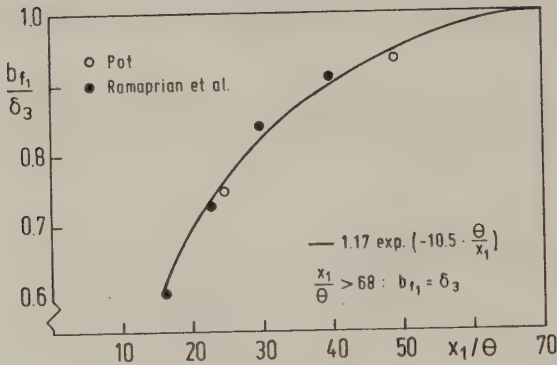


Bild 44: Der Nachlauf in Körperrnähe
Bezugslänge für die zeitlich gemittelte Bewegung
im Innenbereich der Scherschicht

Die Entrainmentbeziehungen lauten:

$$\frac{d}{dx_1} \left(\int_0^{\delta_1} \bar{u}_1 dx_2 \right) = EK_1 \left| u_{\tau f} - (\bar{u}_1 \bar{u}_2)_{\max}^{1/2} \right| \quad (43a)$$

$$\frac{d}{dx_1} \left(\int_0^{\delta_2} \bar{u}_1 dx_2 \right) = EK_2 \left| u_{\tau f} - (\bar{u}_1 \bar{u}_2)_{\max}^{1/2} \right| \quad (43b)$$

$$\frac{d}{dx_1} \left(\int_0^{\delta_3} \bar{u}_1 dx_2 \right) = EK_3 u_{\tau f} \quad (43c)$$

In den Beziehungen 43a und 43b wird durch Einsetzen von $(\bar{u}_1 \bar{u}_2)_{\max}^{1/2}$ unterstellt, daß die für die turbulenten Größen relevante Bezugsgröße auch für das Entrainmentverhalten charakteristisch ist. Es sei an diesem Punkt noch einmal daraufhingewiesen, daß zur Beschreibung von zeitlich unabhängiger und turbulenter Bewegung unter-

schiedliche Bezugsgrößen erforderlich sind. Der Verlauf von $(\overline{u_1 u_2})_{\max}^{1/2}$ wird in Anlehnung an Bild 34 durch die folgende Beziehung beschrieben.

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{\theta} < 300 & \quad (\overline{u_1 u_2})_{\max}^{1/2} = 0.11 + \frac{0.1}{300} \frac{x_1}{\theta} \\ \frac{x_1}{\theta} > 300 & \quad (\overline{u_1 u_2})_{\max}^{1/2} = 0.21 \end{aligned} \quad (44)$$

Einsetzen der Geschwindigkeitsverteilung (41) in die integrierte Impulsgleichung

$$\frac{d\theta}{dx_1} \approx 0 \quad (45)$$

und die Entrainmentbeziehungen (43a) - (43c) liefert ein Gleichungssystem von vier Gleichungen für die vier Unbekannten $\Delta U_{\max}$, δ_1 , δ_2 und δ_3 .

Mit den Entrainmentkoeffizienten

$$EK_1 = 0.3 \quad , \quad EK_2 = 0.3 \quad , \quad EK_3 = 0.31$$

ergibt sich der in Bild 45 und 46 dargestellte Vergleich von Berechnung und Experiment. Die in Bild 45 dargestellten Rechenergebnisse sind bis zur Stelle $x_1/\theta = 150$ mit dem hier vorgestellten Rechenverfahren bestimmt. Der weitere Verlauf ist mit dem in Kapitel 4.1.1 vorgestellten Verfahren für Scherschichten mit ungestörter Turbulenzstruktur berechnet worden.

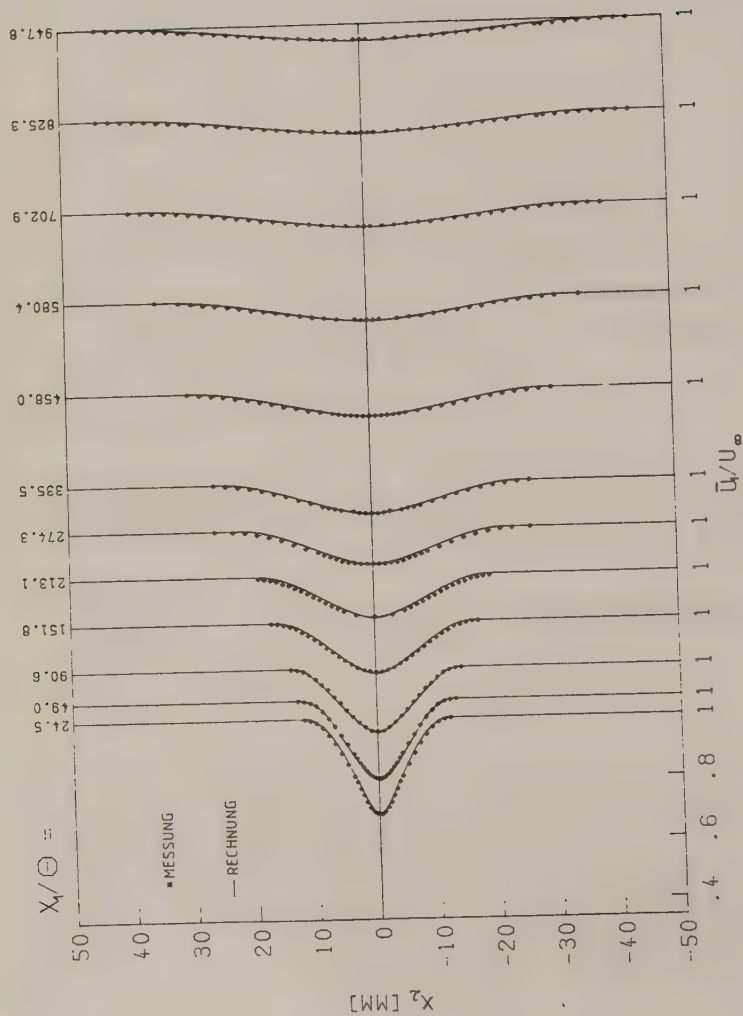


Bild 45: Der Nachlauf in Körpennähe
Vergleich der Berechnung mit den experimentellen
Ergebnissen von Pot

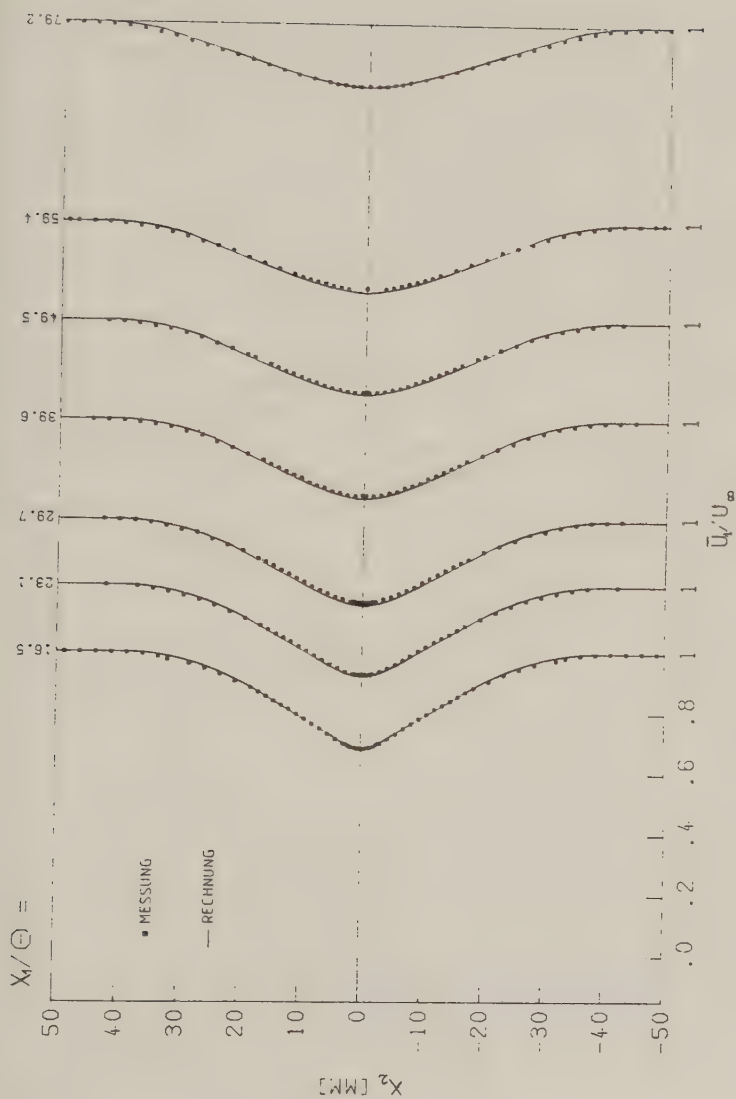


Bild 46: Der Nachlauf in Körperröhre
Vergleich der Berechnung mit den experimentellen
Ergebnissen von Ramaprian et al.

4.4.4 Diskussion der Rechenergebnisse

Die Berechnung der drei Strömungsbeispiele mit gestörter Turbulenzstruktur hat aufgezeigt, daß ein sehr einfaches Rechenverfahren sehr gute Rechenergebnisse liefern kann, wenn den strukturellen Eigenschaften der Strömung ausreichend Rechnung getragen wird. Kennzeichnend für das Berechnungsverfahren ist, daß zur Beschreibung des Ausbreitungsvorgangs der einzelnen Strömungsschichten ein Satz von Entrainmentkoeffizienten gefunden werden muß. Während die Entrainmentkoeffizienten zur Kennzeichnung des Mischungsvorgangs des Scherschichtaußenbereichs mit der reibungslosen Außenströmung in allen betrachteten Beispielen die Werte annehmen, die in ungestörten turbulenten Scherschichten aufzufinden sind (siehe hierzu Kapitel 4.1.1), ergeben sich für die Entrainmentkoeffizienten, die die Ausbreitung der inneren Mischungsschicht charakterisieren, bei jeder der untersuchten Strömungskonfigurationen ein unterschiedliches Wertepaar. Eine Deutung dieses Verhaltens würde eine detaillierte Kenntnis der turbulenten Vorgänge in der inneren Mischungsschicht voraussetzen. Die komplizierten instationären Vorgänge der Turbulenzbewegung sind jedoch selbst im einfacheren Fall einer ungestörten turbulenten Scherschicht noch nicht ausreichend verstanden.

Das Rechenverfahren hat gezeigt, daß selbst in Strömungssituationen mit deutlichen Abweichungen vom im Kapitel 4.1 geforderten Schichtenverhalten – es war gefordert, daß außerhalb der inneren Mischungsschicht Strömungsbereiche mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur aufzufinden sein müssen – noch gute Rechenergebnisse zu erzielen sind (siehe die Bilder 45 und 46), wenn dem Skalierungsverhalten der Strömung entsprechend Rechnung getragen wird. Allerdings erhöht sich wegen der größeren erforderlichen Anzahl

von Bezugsgrößen zur Charakterisierung des Strömungsverhaltens auch die Anzahl der Unbekannten, und es ist ein umfangreicherer empirischer Input zur Schließung des Gleichungssystems erforderlich.

5. Untersuchung des Relaxationsverhaltens einer der ausgebildeten turbulenten Kanalströmung überlagerten kleinen Störung

Als Ziel der Turbulenzforschung ist in Kapitel 4 die allgemeingültige mathematische Beschreibung des Wechselspiels zwischen zeitlich unabhängiger und turbulenter Bewegung aufgeführt worden. Da die Verwirklichung dieses Ziels sich als äußerst schwierig erwiesen hat und auch in absehbarer Zukunft keine Aussicht auf Erfolg zu haben scheint, sind andere Wege erforderlich, um die Grundlagen für eine Berechnung komplexer turbulenter Scherschichten bereitstellen zu können. Eine Möglichkeit solch einer Vorgehensweise ist in den vorherigen Kapiteln aufgeführt worden. Durch Berücksichtigung der strukturellen Eigenschaften konnten durch ein einfaches Rechenverfahren für eine Klasse von Strömungen wesentliche Strömungsgrößen mit guter Genauigkeit berechnet werden. Es hat sich allerdings auch herausgestellt, daß wesentliche Fragen nach den physikalischen Eigenschaften von turbulenten Scherschichten unter dem Einfluß starker Störungen durch solch ein Berechnungsverfahren nicht beantwortet werden konnten. Ein Beispiel dafür ist das Auftreten unterschiedlicher Werte der Entrainmentkoeffizienten bei der Beschreibung des Ausbreitungsvorgangs einer inneren Mischungsschicht. Ein weiteres Beispiel aus einer anderen als den hier untersuchten Strömungskonfigurationen ist das in der turbulenten Kanalströmung nach einer plötzlichen Änderung der Wandbeschaffenheit auftretende nicht monotone Erreichen des ungestörten, stromabwärts gelegenen Strömungszustands. Bild 47 wurde aus einer Arbeit von Vasanta Ram et al (1981) entnommen und zeigt dies am Beispiel des Verlaufs der Wandschubspannung und der Maximalgeschwindigkeit.

Um für die vorher genannten Beispiele eine Erklärung finden zu können, ist es erforderlich, die zeitabhängigen physikalischen Vorgänge relaxierender Scherschichten zu verstehen.

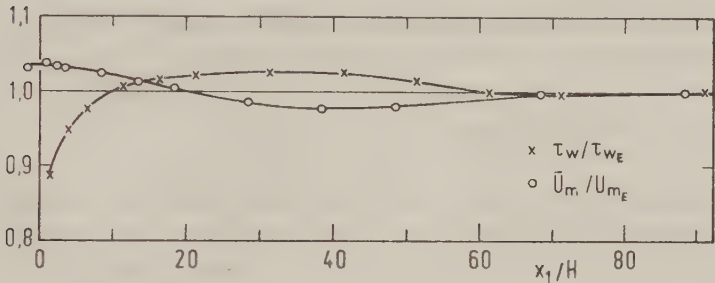


Bild 47: Die Kanalströmung von rauh $\rightarrow$ glatt
Nicht monotones Erreichen der Endwerte

Angewandt auf die in Kapitel 4 behandelte Klasse von Scherströmungen hieße dies, die Art und Weise des Mischvorgangs - sprich "Eddystruktur" - in der inneren Mischungsschicht, zum Beispiel experimentell, zu untersuchen. Eine quantitative Untersuchung dieser Art ist jedoch selbst in Strömungen mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur mit sehr großen Schwierigkeiten verbunden (siehe z.B. die Arbeit von Blackwelder und Kaplan (1976)) und wäre für die gestörten Strömungen ein nahezu aussichtsloses Unterfangen.

Eine Möglichkeit zur Umgehung dieser Schwierigkeiten besteht darin, ein vereinfachtes Experiment durchzuführen, das noch wesentliche Eigenschaften der Turbulenzstruktur von Scherschichten mit gestörter Turbulenzstruktur beinhaltet und gleichzeitig einer experimentellen Untersuchung zugänglich ist. Zu solch einem Experiment wurde im Rahmen dieser Arbeit die Überlagerung des Spektrums der Geschwindigkeitsfluktuationen einer ungestörten Kanalströmung mit

einer periodischen Störgeschwindigkeit ausgewählt. Einzelheiten über die durchgeführten Experimente sowie die experimentellen Ergebnisse werden im folgenden Kapitel mitgeteilt. In Kapitel 5.2 wird versucht, durch theoretische Betrachtungen wesentliche Aspekte des experimentell bestimmten Verhaltens der gestörten Strömung zu beschreiben.

5.1 Experimentelle Untersuchung

Die Versuchsanlage besteht aus einer Kanalmeßstrecke, deren wesentliche Abmessungen in Bild 48 gegeben sind. Die Kanalhöhe beträgt 20 mm, die Kanalbreite 450 mm, die Kanallänge 6 m. Das hohe Seitenverhältnis von 1:22.5 gewährleistet Zweidimensionalität der Strömung mit guter Genauigkeit. Die Geschwindigkeit in der Kanalmitte kann bei hydraulisch glatten Wänden von 35 m/s bis 65 m/s variiert werden. Die Seitenwände des Kanals bestehen aus auswechselbaren Platten von 600 mm Länge.

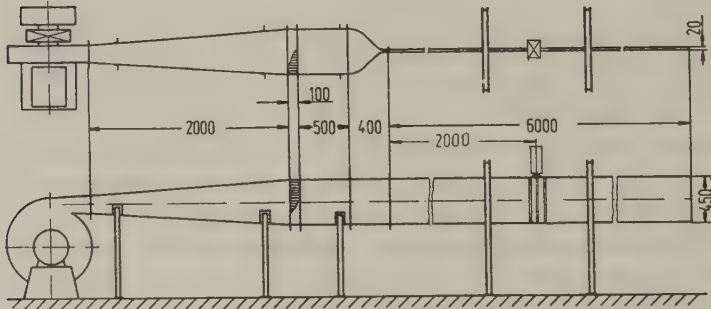


Bild 48: 20 mm Kanalmeßstrecke

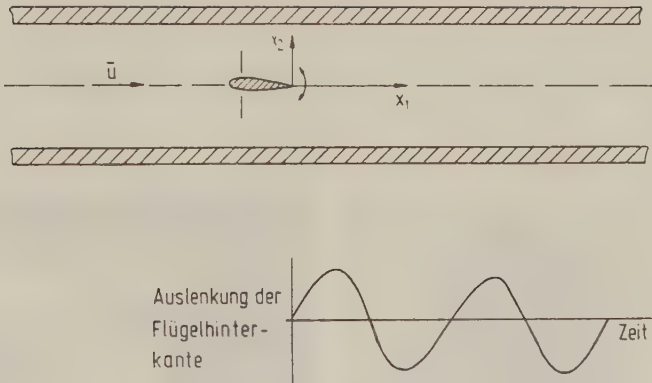


Bild 49: Schematische Darstellung der Vibrationsvorrichtung

Eine dieser Platten ist als Meßplatte ausgebildet. Diese besteht aus mosaikartigen Bausteinen unterschiedlicher Länge. In einem dieser Bausteine ist die Sondenverschiebeeinrichtung untergebracht. Durch Versetzen der Bausteine kann die Sonde in Abständen von 25, 50, 100 oder 200 mm in Strömungsrichtung verschoben werden. Mit Hilfe der Sondenverschiebeeinrichtung kann die Sonde über eine Mikrometerschraube mit einer Genauigkeit von $1/100$ mm quer zur Strömungsrichtung verschoben werden.

Die Vibrationseinrichtung besteht aus einem dünnen Flügel von 1mm Dicke, der, angetrieben von einem Elektromotor, über einen Exzenter und Kurbeltrieb eine sinusförmige Drehbewegung ausführt (siehe Bild 49). Durch Verwendung geeigneter Materialien wurde erreicht, daß die Bewegung des Flügels zweidimensional verläuft, also keine elastische Verformung des Flügels entlang der Längsachse entsteht. Durch unterschiedliche Exzenter kann die maximale Flügelauslenkung nahezu stufenlos variiert werden. Die maximal zu erzie-

lende Frequenz, ehe eine elastische Verformung des Flügels einsetzt, betrug bei einer maximalen Flügelauslenkung von 1 mm circa 150 Hz. Bild 50 zeigt Bilder der Vibrations-einrichtung und der Meßplatte.

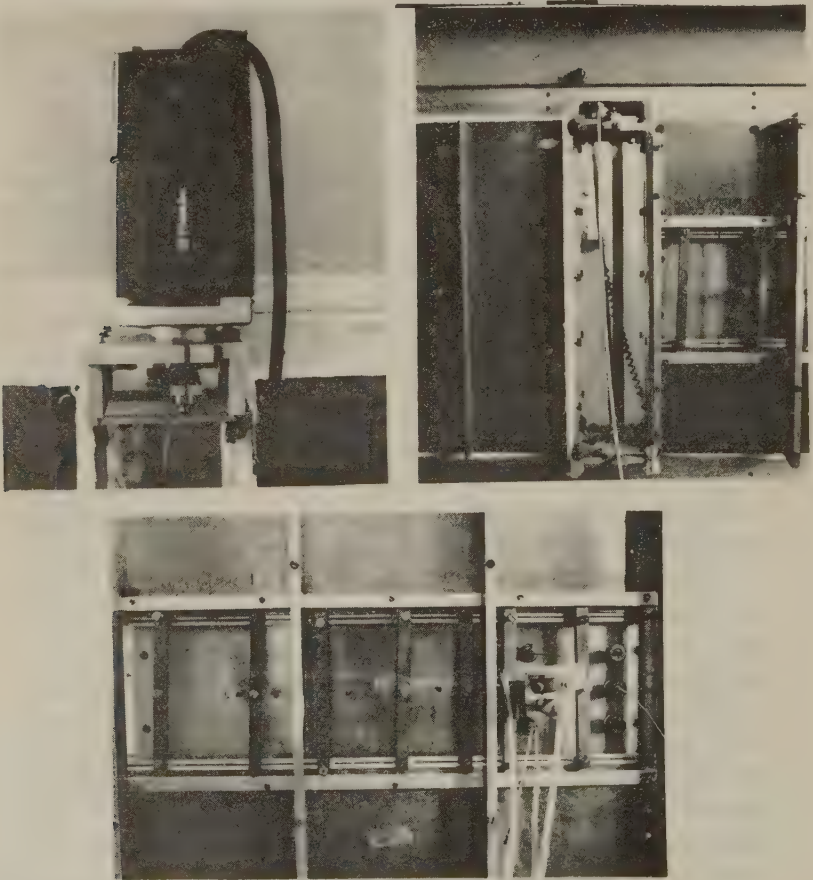


Bild 50: Vibrationsvorrichtung und Meßplatte

Wegen der Ähnlichkeit mit den hier beschriebenen Versuchen soll noch auf die Experimente von Hussain und Reynolds (1971) verwiesen werden. Es wurden in einer Kanalströmung durch Anbringen eines von Elektromagneten in Schwingungen versetzten dünnen Flügels in Wandnähe eine sinusförmige Störung der im Gleichgewicht befindlichen Schwankungsbewegung der Grundströmung überlagert. Da einige experimentelle Ergebnisse aus der Arbeit von Hussain und Reynolds in dieser Arbeit verwendet werden, sind in Tabelle 3 die wesentlichsten Kenngrößen der durchgeführten Experimente zusammengefaßt.

	Kanal			Vibrator		
	H/εm	$Re = \frac{U_m \cdot H}{\nu}$	u_{TW}/U_m	Lage	Frequenz ω_s/Hz	$\frac{\omega_s \cdot H}{u_{TW}}$
Hussain u. Reynolds	3,21	13800	0,0482	wandnah	25 50 75 100	2,5 5 7,5 10
Kiske	1,0	25000	0,0375	Kanalmitte	60 120	0,8 1,6

Tabelle 3: Zusammenstellung wesentlicher Größen der Experimente von Hussain & Reynolds und Kiske

5.1.1 Messungen

Die Kanalmeßstrecke wurde zunächst hinsichtlich der Güte der Strömung überprüft. Dadurch wurde sichergestellt, daß die ausgebildete Kanalströmung zweidimensional verlief und die bekannten Gesetzmäßigkeiten sowohl für die zeitlich ge-

mittelte als auch für die Schwankungsbewegung aufwies. In der Kanalströmung nach dem Einbau des vibrierenden Flügels wurden gemessen:

- zeitlich gemittelte Geschwindigkeit

- Reynoldssche Schub- und Normalspannungen und
Energiespektren der Reynoldsschen Schub-
und Normalspannungen

Zur Messung der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit wurde ein abgeflachtes Pitotrohr mit 0,3 mm Öffnungshöhe benutzt. Reynoldssche Schub- und Normalspannungen wurden mit gekreuzten Hitzdrahtsonden in Verbindung mit Hitzdrahtgeräten und Linearisatoren der Firma Disa gemessen. Zur Bestimmung der Spektren der Reynoldsschen Schub- und Normalspannungen ist es erforderlich, durch zeitgleiche elektronische Manipulation der instationären Hitzdrahtsignale der Kreuzsonde den zeitabhängigen Verlauf der Reynoldsschen Spannungen bereitzustellen. Dies wird mit einem sogenannten Korrelator durchgeführt. Solch ein elektronisches Gerät wurde selbst hergestellt. Das elektronische Schaltbild des Korrelators ist in Bild 51 gezeigt. Das zeitabhängige elektrische Signal für die Reynoldsschen Spannungen wurde einem Spektralanalysator der Firma Spectral Dynamics zugeführt. Das hier ermittelte Spektrum wurde mit Hilfe eines X-Y-Schreibers aufgezeichnet. Bild 52 zeigt einen Übersichtsplan über die durchgeführten Messungen sowie die gewählten Meßstationen.

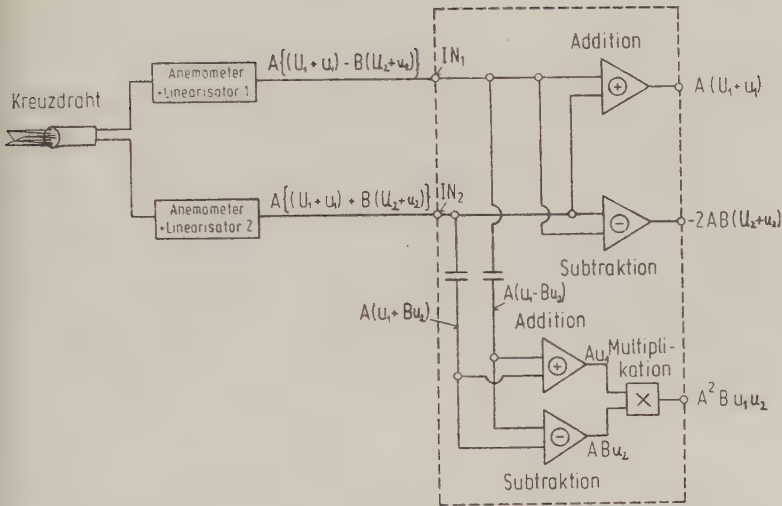


Bild 51: Korrelator

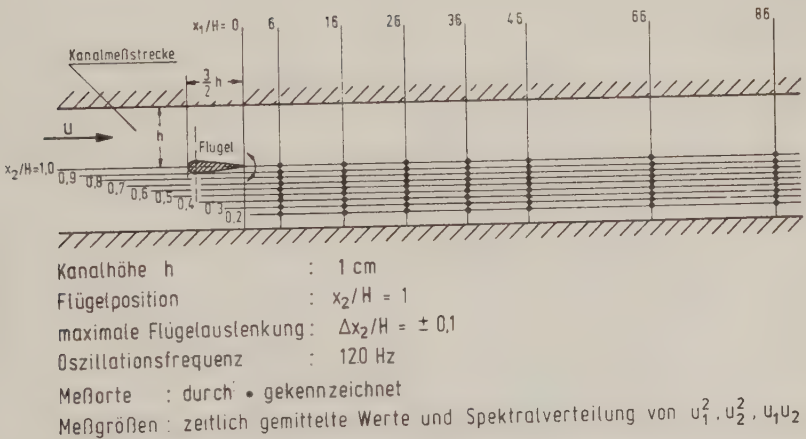


Bild 52: Übersichtsplan über durchgeführte Versuche

5.1.2 Messergebnisse

Das Energiespektrum der turbulenten Schwankungsgrößen besteht im Sinne einer Fourier Analyse aus einer Überlagerung von Wellen unterschiedlicher Amplituden und Frequenzen. Die Überlagerung einer sinusförmigen Störbewegung bedeutet somit eine im Frequenzbereich lokale Störung des Spektrums der Schwankungsbewegung der Grundströmung. Der Zusammenhang zwischen dem Spektrum einer Schwankungsgröße und dem entsprechenden quadrierten und gemittelten Wert (Mean Square Value) lautet:

$$\overline{u_i u_j} = \int_0^{\infty} E_{u_i u_j} df ,$$

wobei $E_{u_i u_j}$ der Energiebeitrag der betrachteten Schwankungsgröße von dem schmalen Frequenzband $f, f+df$ zur Gesamtenergie ist. Die Funktion $E_{u_i u_j}$ wird spektrale Energiedichte von $u_i u_j$ genannt.

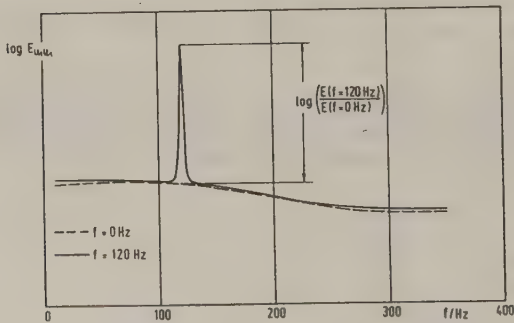


Bild 53: Der Einfluß der Störung auf das Energiespektrum



Bild 54: Der Einfluß der Störung auf die Entwicklung der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit

Die besondere Bedeutung, die der Bestimmung der Energiespektren zukommt, kann mit Hilfe von Bild 53 deutlich gemacht werden. Es ist ein typisches Energiespektrum der Reynoldsschen Normalspannung dargestellt. Die Störung bewirkt eine sehr starke lokale Änderung des Energieniveaus der Schwankungsgröße. Im Gegensatz dazu ist die Änderung der Gesamtenergie der Schwankungsbewegung eine sehr kleine GröÙe. Für die durchgeführten Messungen betrug der Energieanteil der Störschwankung typisch 3% der gesamten Schwankungsenergie. Es kann deshalb nicht erwartet werden, daß die aufgeprägte Störung in den Messungen der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit bzw. den M-S Werten (Mean-Square) der Schwankungsbewegung wiederzufinden ist. Dies ist in Bild 54 deutlich gemacht. Ein Einfluß der Störung auf die Entwicklung der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit ist nicht gegeben. Die Auswertung der gemessenen Spektralverteilungen hingegen macht es möglich, wegen der im Spektrum hervorgerufenen starken Änderung des lokalen Energieniveaus den Relaxationsvorgang der Störbewegung zu untersuchen.

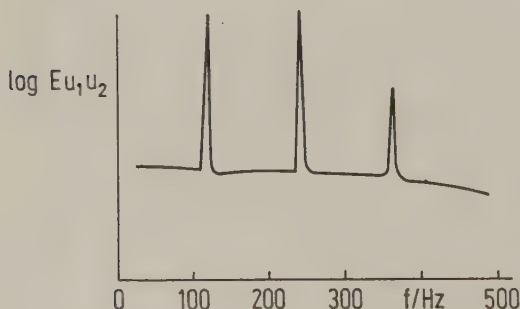


Bild 55: Energiespektrum von $u_1 u_2$ an der Stelle $x_1/H = 6$, $x_2/H = 0.6$

Wie Bild 55 zeigt, hat die Vibrationsbewegung nicht nur eine einzige Störung im Spektrum bewirkt, sondern es sind maximal drei ausgeprägt Maxima im Spektrum erkennbar, die jeweils bei einem Vielfachen der Vibratorfrequenz liegen. Da die gestörten Bereiche des Spektrums weit genug voneinander entfernt liegen, beeinträchtigt dieser Effekt die Auswertung nicht. Die Auswertung der ermittelten Spektren der Reynoldsschen Schub- und Normalspannungen erfolgt nach den folgenden Gesichtspunkten.

1. Art der Wechselwirkung der Störbewegung mit dem Spektrum der Schwankungsbewegung der ausgebildeten Kanalströmung
2. Ausbreitung und Abklingverhalten der Störung

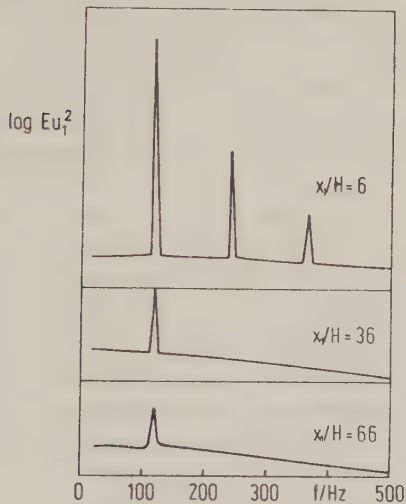


Bild 56: Wechselwirkung von Störung und Grundschwankung

Frage 1 kann nicht direkt beantwortet werden. Eine Wechselwirkung der Störung mit der Turbulenzbewegung im Frequenzbereich der Störung findet sichtbar nicht statt. Die Störung behält ihre ursprüngliche Frequenz und bleibt als Linie im Energiespektrum erhalten. Dies ist an einem Beispiel in Bild 56 gezeigt. Es sind die an der Stelle $x_2/H = 0.9$ und $x_1/H = 6, 36$ und 66 gemessenen Spektren der longitudinalen Komponente der Reynoldsschen Normalspannung $u_1 u_1$ aufgezeichnet. Das Bild ist typisch für alle anderen Messungen.

Physikalisch bedeutet dies, daß eine Beeinflussung bei allen im Energiespektrum auftretenden Wellenlängen gleichzeitig stattfindet, oder zumindest, daß die Beeinflussung einer spezifischen Stelle des Spektrums nicht bevorzugt stattfindet. Die Art und Weise des Energietransfers kann mit dem Instrument 'Energiespektrum' nicht aufgedeckt werden. Der Grund dafür liegt wohl darin, daß die physikalische Interpretation des Energiespektrums, nämlich die Existenz von Wirbeln unterschiedlicher Intensität und Größe entsprechend der spektralen Energie- und Frequenzverteilung nicht mit der Physik der Turbulenzbewegung übereinstimmt, sondern lediglich eine mathematische Interpretation ist.

Zur Beantwortung von Frage 2 hingegen erweist sich das Spektrum der turbulenten Größen als außerordentlich gut geeignet. Die Auswertemethode zur Bestimmung des Abklingverhaltens der Störung soll an Hand von Bild 53 näher erläutert werden. Das Verhältnis des Energieinhalts der Störung zum im Frequenzband lokalen Energieinhalt der Grundturbulenz kann bei logarithmischer Ordinatenaustragung direkt aus der Differenz zwischen gestörtem und ungestörtem Spektrum bestimmt werden. Dieses logarithmische Verhältnis ist in den Bildern 57-59 für die Reynoldsschen Normalspannungen $u_1 u_1$ und $u_2 u_2$ sowie für die Reynoldssche Schubspannung $u_1 u_2$ mit der Maßeinheit dB dargestellt.

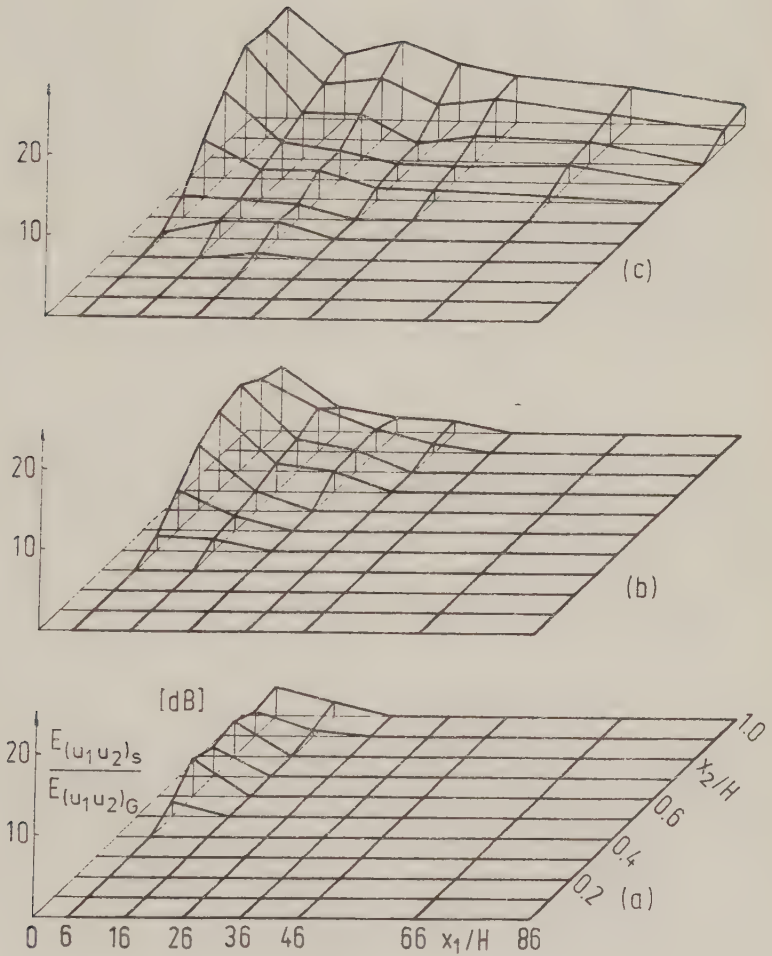


Bild 57: Abklingen der Störung von $u_1 u_2$
 Störfrequenz: 120 Hz
 (c) Energieanteil bei 120 Hz
 (b) Energieanteil bei 240 Hz
 (a) Energieanteil bei 360 Hz

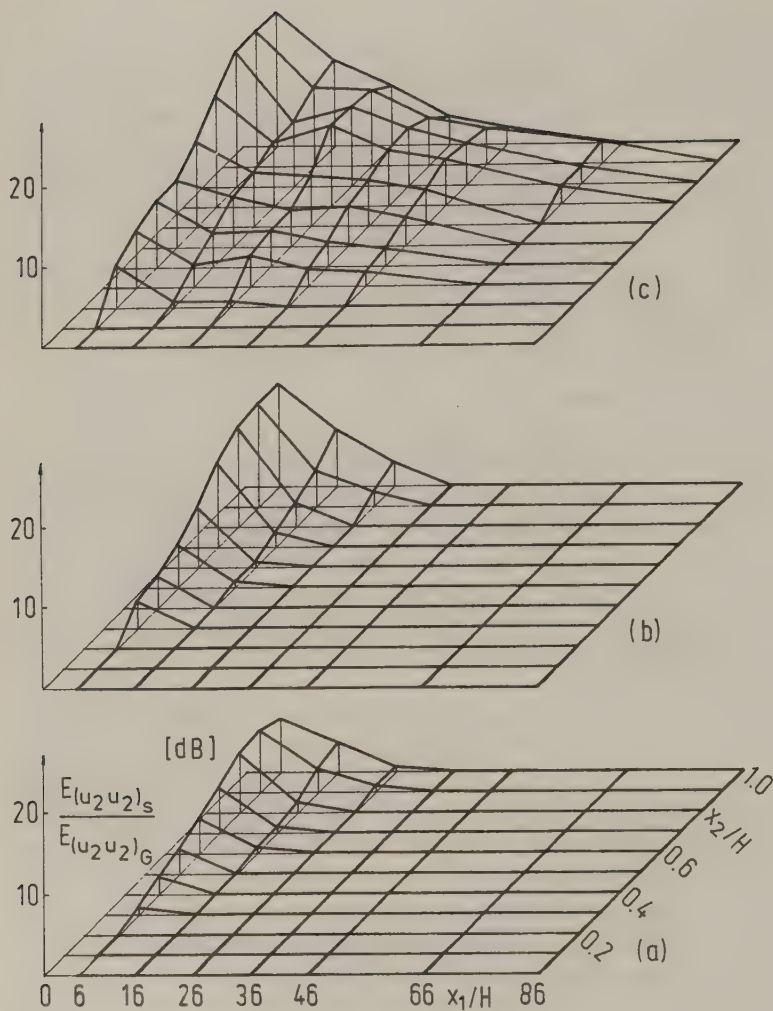


Bild 58: Abklingen der Störung von $u_2 u_2$.
Störfrequenz: 120 Hz

(c) Energieanteil bei 120 Hz

(b) Energieanteil bei 240 Hz

(a) Energieanteil bei 360 Hz

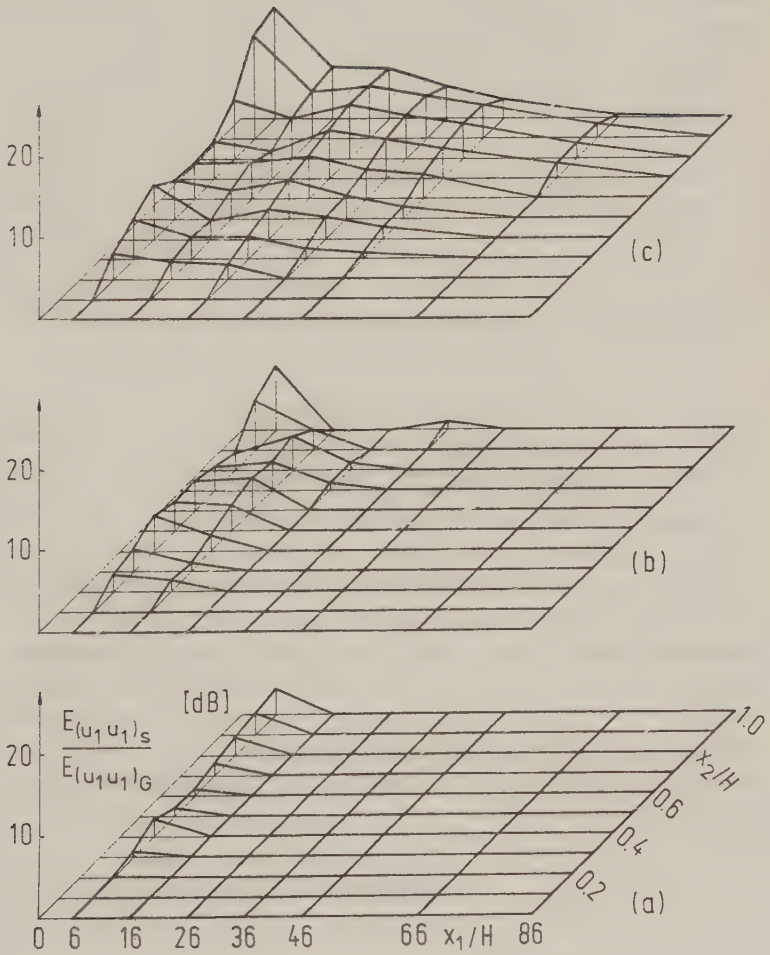


Bild 59: Abklingen der Störung von $u_1 u_1$
 Störfrequenz: 120 Hz
 (c) Energieanteil bei 120 Hz
 (b) Energieanteil bei 240 Hz
 (a) Energieanteil bei 360 Hz

Die Maßeinheit dB (Decibel) ist allgemein wie folgt definiert:

$$\text{dB} = 10 \log (A_1/A_2)$$

Die bei unterschiedlichen Frequenzen (siehe Bild 56) auftretenden Energieanteile sind jeweils getrennt dargestellt. Die in den Bildern gewählten Bezeichnungen seien nachfolgend erläutert.

$E_{(u_i u_j)}_S$: im Frequenzband lokales Energieniveau der gestörten Spannungskomponente $u_i u_j$

$E_{(u_i u_j)}_G$: im Frequenzband lokales Energieniveau der Spannungskomponente $u_i u_j$ des ungestörten Grundzustandes

Die Symbole " S " und " G " stehen für " Störung " und für " Grundzustand ".

Die Bilder zeigen, daß die Ausbreitung der Störung quer zur Strömungsrichtung sehr schnell vor sich geht. An der ersten Meßstelle ($x_1/H = 6$) ist der Einfluß der Störung bis sehr nah an die Wand sichtbar. Dies dürfte durch das instationäre Druckfeld bewirkt sein, das sich wegen der endlichen Dicke des vibrierenden Flügels einstellt.

Das Abklingverhalten der Störung in Strömungsrichtung kann in zwei Bereiche aufgeteilt werden.

$0 < x_1/H < 16$	sehr schnelles monotones Abklingen
------------------	---------------------------------------

$26 < x_1/H < 86$	langsames monotones Abklingen
-------------------	-------------------------------

Zwischen den beiden Bereichen befindet sich ein Übergangsbereich mit nicht monotonem Abklingverhalten. In Bild 61 ist die vorherige Aussage noch einmal verdeutlicht. Es ist die durch Auswertung von Bild 59 gewonnene Störgeschwindigkeit $\sqrt{v_1^2}$ für $x_2/H = 1$ (Kanalmitte) als Funktion der Lauflänge x_1/H aufgetragen.

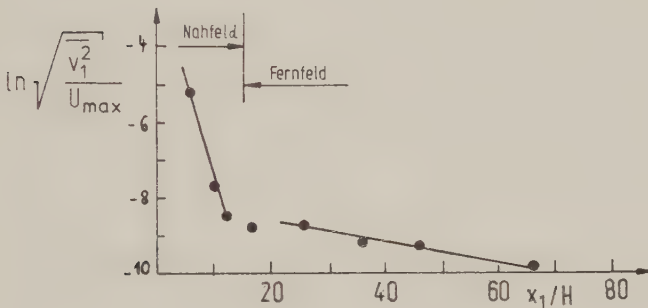


Bild 61: Abklingverhalten im Nah- und Fernfeld

Das Abklingen dieser Größe (die Reynoldssche Spannung entspricht dem Quadrat dieser Größe) verläuft exponentiell. Für den vibratornahen Bereich wird dies durch die Messungen von Hussain & Reynolds bestätigt.

Die unterschiedlichen Gesetzmäßigkeiten beim Abklingverhalten deuten darauf hin, daß Nah- und Fernbereich des gestörten Feldes nicht durch ein und die selbe physikalische Beschreibung erfaßt werden kann.

Die in dieser Arbeit durchgeführten Messungen beschränken sich im wesentlichen auf den vibratorfernen Bereich. Im Nahbereich sind die Meßstationen zu weit voneinander entfernt, als daß eine exakte quantitative Auswertung möglich

wäre. Für diesen Bereich können jedoch die hier sehr ausführlichen Meßergebnisse von Hussain und Reynolds herangezogen werden. Der vibratorferne Bereich ist wiederum durch die Messungen von Hussain und Reynolds nicht erfaßt worden.

5.2 Theoretische Untersuchung

5.2.1 Quasilaminare Betrachtung

Das Verhalten kleiner Störungen in laminaren Strömungen ist mittels der Methode der kleinen Störungen ausführlich untersucht worden (siehe z.B. Schlichting (1979)). Die Methode basiert darauf, durch Überlagerung eines zeitunabhängigen Grundzustandes mit einer zeitabhängigen Störbewegung eine linearisierte Gleichung für die instationäre Störbewegung herzuleiten, um dann durch Festlegung der Form der Störbewegung eine vereinfachte (gewöhnliche) Differentialgleichung zur Beschreibung des Verhaltens aufzustellen. Als solch eine Gleichung ist die sogenannte Orr-Sommerfeld-Gleichung bekannt. Mit Hilfe dieser Gleichung können wesentliche Eigenschaften der Störbewegung (insbesondere das Stabilitätsverhalten) beschrieben werden.

Es wird im folgenden untersucht, inwieweit durch eine dem laminaren Fall verwandte Betrachtung das Verhalten einer der turbulenten Kanalströmung überlagerten Störung erfaßt werden kann.

Ausgangspunkt für die Untersuchung sind die (von der Zeit abhängigen) Navier - Stokes Gleichungen. Unter Vernachlässigung der viskosen Reibung können diese Gleichungen wie folgt dargestellt werden:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial (U_i U_j)}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} \quad (46)$$

Die Komponenten der Geschwindigkeit und der Druck werden nach der folgenden Vorschrift aufgespalten:

$$\begin{aligned} U_i &= \langle U_i \rangle + u_i \\ P &= \langle P \rangle + p_t \end{aligned} \quad (47)$$

Die Vorschrift $\langle \rangle$ kennzeichnet eine Mittelung, die im folgenden als "skalengerechte Mittelung" bezeichnet wird. Die Mittelung ist definiert durch

$$\langle U_i \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} U_i dt \quad (48)$$

Die Integrationszeit T ist dabei so gewählt worden, daß bei der Mittelung die Mittelwerte der Schwankungsgeschwindigkeitskomponenten u_i sowie die Druckschwankungen p_t verschwinden,

$$\langle u_i \rangle = 0 \quad \langle p_t \rangle = 0$$

die skalengerecht gemittelten Größen $\langle U_i \rangle$ und $\langle P \rangle$ noch eine Abhängigkeit von der Zeit enthalten können.

$$\langle U_i \rangle = f(t) \quad \langle P \rangle = f(t)$$

weiterhin soll gelten:

$$\langle u_i u_1 \rangle \neq f(t)$$

Diese Forderung an die Eigenschaften der Mittelung ist gerade dann sinnvoll, wenn zeitliche Änderungen von $\langle U_i \rangle$ berücksichtigt werden sollen, die sehr viel langsamer verlaufen als zeitliche Änderungen der Schwankungskomponenten u_i .

In Bild 62 ist diese Vorstellung verdeutlicht.

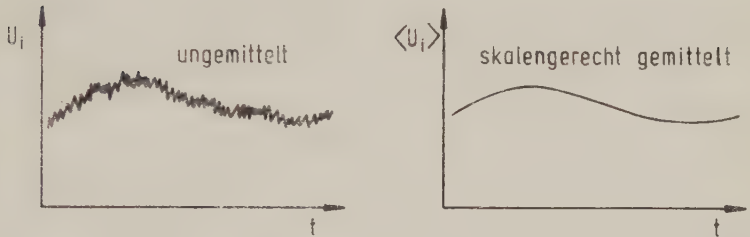


Bild 61 : : Skalenspezifische Mittelung

Die Einschränkung, daß sich $\langle U_i \rangle$ sehr viel langsamer ändern muß als die Schwankungskomponenten u_i , ist erforderlich, um die Zeitabhängigkeit der Grundschwankungsbewegung ausschalten und trotzdem den Einfluß einer von der Zeit abhängigen Störung entsprechend der Vorgehensweise in laminaren Strömungen untersuchen zu können.

Einsetzen der Beziehungen 47 in die Navier - Stokes Gleichungen und skalengerechte Mittelung entsprechend den Vorschriften 48 ergibt die folgende instationäre Reynoldssche Gleichung:

$$\frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \langle U_i \rangle \langle U_j \rangle + \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle P \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (49)$$

Die Störung wird durch die folgende Aufspaltung spezifiziert:

$$\langle U_i \rangle = U_G + v_i \quad (50a)$$

$$\langle P \rangle = P_G + p_s \quad (50b)$$

hiebei soll der Index " G " den zeitunabhängigen Grundzustand (die ebene, ausgebildete turbulente Kanalströmung), der Index " S " die instationäre Störung des Grundzustandes kennzeichnen.

Einsetzen der Beziehungen (50) in Gleichung (49) liefert:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_{Gi} U_{Gj} + U_{Gi} v_j + U_{Gj} v_i + v_i v_j + \langle u_i u_j \rangle) + \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (P_G + p_s) = 0 \end{aligned} \quad (51)$$

Für v_i und $p_s \equiv 0$ reduziert sich die obige Gleichung zur stationären Reynoldsschen Gleichung für den Grundzustand

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (U_{Gi} U_{Gj}) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_G}{\partial x_i} = 0 \quad (52)$$

Da alle Größen dieser Gleichung von der Zeit unabhängig sein müssen, kann obige Gleichung auch durch die übliche Herleitung der Reynoldsschen Gleichungen, nämlich durch Aufspalten der Komponenten U_i und des Drucks P in einen zeitunabhängigen und einen instationären Schwankungsanteil,

$$\begin{aligned} U_i &= \bar{U}_i + u_i \\ P &= \bar{P} + p_t \end{aligned} \quad (53)$$

Einsetzen dieser Beziehungen in die Navier - Stokes Gleichung und Durchführung der Mittelung hergeleitet werden. Für die zeitlich gemittelten Größen gilt, am Beispiel für $\bar{U}_i$ erklärt:

$$\bar{U}_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} U_i \, dt \quad (54)$$

Der gewählte Grundzustand erfüllt also die nach der Vorschrift 54 gemittelte Reynoldssche Gleichung. Es wird deshalb im folgenden anstelle des Index " G " die äquivalente Bezeichnung " - " verwendet.

Subtraktion der Gleichung (52) von Gleichung (51) ergibt:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{U}_i v_j + \bar{U}_j v_i + v_i v_j) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_S}{\partial x_i} = 0 \quad (55)$$

Da die Störung als klein gegenüber der Geschwindigkeit $\bar{U}_i$ angenommen wird, werden quadratische Terme der Störgeschwindigkeit vernachlässigt. Die Gleichung für die Störung ergibt sich damit zu:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{U}_i v_j + \bar{U}_j v_i) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_S}{\partial x_i} = 0 \quad (56)$$

Gleichung (56) ist exakt die Beziehung, die man bei Betrachtung einer laminaren Grundströmung auch erhält. Entsprechend dieser Gleichung ist das Störverhalten unabhängig von der Turbulenzbewegung der Grundströmung.

Diese Betrachtung kann keine sinnvolle Beschreibung der Eigenschaften von Strömungen mit gestörter Turbulenzstruktur

sein, da ja gerade das Wechselspiel zwischen Reynoldsschen Spannungen und zeitlich gemittelten Geschwindigkeiten für die komplexen Vorgänge in Scherschichten mit gestörter Turbulenzstruktur verantwortlich ist.

Der Grund für dieses Verhalten liegt darin begründet, daß sich die Störbewegung nur langsam relativ zur Schwankungsbewegung des Grundzustandes ändern durfte. Diese langsame Bewegung ist nicht in der Lage, die Struktur der im Gleichgewicht befindlichen Schwankungsbewegung zu verändern. Die untersuchte Störung kann deshalb als Störung der zeitlich gemittelten Bewegung, jedoch nicht als Störung der turbulenten Grundbewegung betrachtet werden. Die Berechnung solcher Störungen könnte ohne Modifizierung der Rechenverfahren, die in Scherschichten mit im Gleichgewicht befindlicher Turbulenzstruktur benutzt werden, durchgeführt werden.

Für Störfrequenzen von der Größe der Frequenz der Grundschwankung ist eine entsprechende Behandlung nicht möglich, weil entweder infolge Mittelung jegliche Zeitabhängigkeit entfällt oder die Zeitabhängigkeit von der Grundschwankungsbewegung eine weitere Bearbeitung unmöglich macht.

5.2.2 Turbulenzgerechte Beschreibung

Das Ziel der theoretischen Betrachtung besteht darin, die für den Relaxationsvorgang der Störbewegung maßgeblichen physikalischen Vorgänge herauszufinden. Der beschrittene Weg besteht darin, eine Gleichung für die der ausgebildeten turbulenten Kanalströmung aufgeprägten Störung aufzustellen und die Größenordnung der einzelnen Terme dieser Gleichung abzuschätzen. Durch dementsprechende Vernachlässigung relativ kleiner Terme sollen vereinfachte Gleichungen aufgestellt werden. Wenn auch wegen der notwendigen Schließung und/oder des immer noch zu komplexen Aufbaus die Möglichkeit einer analytischen oder numerischen Lösung der vereinfachten Gleichung nicht erwartet werden kann, so besteht doch die Möglichkeit, wesentliche Skalierungseigenschaften der Störbewegung bestimmen zu können. In Kombination mit experimentellen Ergebnissen können dann universelle Gesetzmäßigkeiten für die Störbewegung aufgestellt werden.

Der Ausgangspunkt für die theoretische Untersuchung ist die in Kapitel 2 aus den Navier - Stokes Gleichungen hergeleitete Differentialgleichung für die zeitabhängige Komponente der Reynoldsschen Spannung u_1^2 . Unter Vernachlässigung viskoser Reibungseffekte ergibt sich:

$$u_1 \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \bar{u}_j \frac{\partial u_1}{\partial x_j} + u_1 u_j \frac{\partial u_1}{\partial x_j} - u_1 \frac{\partial \overline{u_1 u_j}}{\partial x_j} +$$

$$u_1 u_j \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_j} + \frac{u_1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} = 0 \quad (57)$$

Die zeitlich gemittelte Form dieser Gleichung wird in der

Literatur als Gleichung für die x_1 - Komponente der turbulenten kinetischen Energie bezeichnet und ist z.B. in dem Buch von Bradshaw (1975) aufgeführt.

Ehe die Gleichung für die Störbewegung hergeleitet wird, sollen am Beispiel der ungestörten, ebenen, ausgebildeten turbulenten Kanalströmung die mathematisch-technische Durchführung der Abschätzung von Größenordnungen sowie die Bedeutung des Begriffs "Skalierungsverhalten" erläutert werden. Weiterhin sind, wie an späterer Stelle deutlich wird, Ergebnisse aus dieser Betrachtung Voraussetzung für die Betrachtung des Falls der gestörten Strömung.

5.2.2.1 Skalierungseigenschaften der Turbulenzbewegung in einer ausgebildeten Kanalströmung

Für die Geschwindigkeitsverteilung in der Kanalströmung wird unter Anlehnung an experimentelle Ergebnisse (z.B. Laufer (1950)) der folgende Ansatz gemacht.

gemittelte Größen:

$$\bar{u}_1 = U_m \check{u}_1 \quad \text{mit} \quad \check{u}_1 = 1 - \frac{u_\tau}{U_m} \Delta \bar{u}_1 \left(\frac{x_2}{H} \right) \quad (58a)$$

$$\bar{u}_2 = 0 \quad (58b)$$

zeitabhängige Größen:

$$u_i = u_\tau \check{u}_i \left(\frac{x_1}{L_m}, \frac{x_2}{H}, \frac{x_3}{H}, t, \omega_\tau \right) \quad (58c)$$

$$p = \rho u_{\tau}^2 \check{p} \left(\frac{x_1}{H}, \frac{x_2}{H}, \frac{x_3}{H}, t, \omega_{\tau} \right) \quad (58d)$$

U_m ist die Maximalgeschwindigkeit in der Kanalmitte; mit u_{τ} wird eine für die Schwankungsbewegung charakteristische Geschwindigkeit bezeichnet. H ist die Kanalhöhe.

Die Wahl der Bezugsgrößen U_m und u_{τ} ist so erfolgt, daß für die dimensionslosen Geschwindigkeiten $\check{u}_1$ und $\check{u}_i$ sowie den dimensionslosen Druck $\check{p}$ gilt:

$$\check{u}_1 = O(1)$$

$$\check{u}_i = O(1)$$

$$\check{p} = O(1)$$

Das Symbol $O(1)$ bedeutet : von der Größenordnung 1

Die Größe der jeweiligen Geschwindigkeitskomponente ist somit nur durch die Bezugsgrößen U_m und u_{τ} bestimmt. Die in Gleichung (57) vorkommenden Koordinaten x_1 , x_2 und x_3 werden nun entsprechend den Ansätzen (58) so dimensionslos gemacht, daß die entstehenden dimensionslosen Geschwindigkeitsgradienten ebenfalls zu Ausdrücken der Größenordnung $O(1)$ werden.

Hierzu ist es allerdings erforderlich, z.B. unterstützt durch Messungen, die reale Größenordnung eines Gradienten oder die reale charakteristische Länge entsprechend der Darstellung (58) abschätzen zu können.

Die zeitabhängige Schwankungsbewegung ist demnach durch zwei charakteristische Längen gekennzeichnet. Wegen der Zeitabhängigkeit der Schwankungskomponenten u_i können die charakteristischen Längen auch als räumliche Korrelations-

längen interpretiert werden. Die unterschiedliche Größe der Korrelationslängen wird z.B. durch die Messungen von Favre (1953) bestätigt. Die Korrelationslängen sind in diesen Messungen in Strömungsrichtung (x_1 - Richtung) typisch etwa fünfmal so groß wie die entsprechenden Längen quer zur Strömungsrichtung (x_2 - Richtung). ω_τ hat die Bedeutung einer charakteristischen Zeit für die Schwankungsbewegung, die hier zunächst freigehalten wird. Über den Zusammenhang dieser Bezugsgröße mit den anderen Bezugsgrößen werden im folgenden nähere Angaben gemacht.

Mit den folgenden Vereinbarungen

$$\check{x}_1 = \frac{x_1}{L_m} \quad , \quad \check{x}_2 = \frac{x_2}{H} \quad , \quad \check{x}_3 = \frac{x_3}{H} \quad \text{und} \quad \check{t} = t \omega_\tau \quad (59)$$

liefert das Einsetzen der Beziehungen (58) in Gleichung (57) nach Division der Gleichung durch die Bezugsgrößenkombination u_τ^3/H die folgende dimensionslose Gleichung.

$$\begin{array}{cccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} \\ \frac{\omega_\tau H}{u_\tau} \check{u}_1 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{t}} + \frac{U_m H}{u_\tau L_m} \check{u}_1 \check{u}_1 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_1} + \check{u}_1 \check{u}_2 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_2} + \frac{H}{L_m} \check{u}_1 \check{u}_1 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_1} + \\ \text{V} & \text{VI} & \text{VII} & \text{VIII} \\ \check{u}_1 \check{u}_2 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_2} + \check{u}_1 \check{u}_3 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_3} - \check{u}_1 \frac{\partial (\check{u}_1 \check{u}_2)}{\partial \check{x}_2} + \check{u}_1 \frac{\partial \check{p}}{\partial \check{x}_1} = 0 \end{array} \quad (60)$$

Die Gleichung beinhaltet die folgenden drei dimensionslosen Parameter:

$$\frac{\omega_\tau H}{u_\tau} \qquad \frac{U_m H}{u_\tau L_m} \qquad \frac{H}{L_m}$$

Die Größe eines jeden Terms wird bestimmt durch die Größe des jeweiligen dimensionslosen Parameter. Terme ohne dimensionslose Kennzahl (Terme III, V, VI, VII, und VIII) besitzen die Größenordnung $O(1)$. Mit $U_m \gg u_\tau$ und $L_m \gg H$ wird unterstellt, daß die dimensionslose Kennzahl in Term II von der Größenordnung $O(1)$ ist. Unterstützt durch die sogenannte Taylor-Hypothese - diese sagt aus, daß die räumliche Korrelation in x_1 - Richtung mit Hilfe der Beziehung $\partial/\partial t = \bar{u}_1 \partial/\partial x_1$ ohne bedeutenden Fehler in eine zeitliche Korrelation verwandelt werden kann - wird postuliert, daß Term I von gleicher Größenordnung wie Term II, nämlich von der Größenordnung $O(1)$ ist.

Es ergibt sich, daß Term IV (dieser Term beschreibt die turbulente Diffusion in Strömungsrichtung) wegen $L_m \gg H$ als relativ klein vernachlässigt werden kann. Gleichung (60) reduziert sich damit zu:

$$\begin{aligned} & \overset{\text{I}}{\frac{\omega_\tau H}{u_\tau} \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{t}}} + \overset{\text{II}}{\frac{U_m H}{u_\tau L_m} \bar{u}_1 \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_1}} + \overset{\text{III}}{\bar{u}_1 \bar{u}_2 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_2}} + \overset{\text{V}}{\bar{u}_1 \bar{u}_2 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_2}} + \\ & \overset{\text{VI}}{\bar{u}_1 \bar{u}_3 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_3}} - \overset{\text{VII}}{\bar{u}_1 \frac{\partial (\bar{u}_1 \bar{u}_2)}{\partial \bar{x}_2}} + \overset{\text{VIII}}{\bar{u}_1 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_1}} = 0 \end{aligned} \quad (61)$$

Der Übersicht halber sind die Terme dieser Gleichung so numeriert worden wie in Gleichung (60). Da Gleichung (61) nur Terme von gleicher Größenordnung besitzen soll, kann durch Gleichsetzen der dimensionslosen Parameter die folgende Aussage über die vorher noch nicht näher spezifizierten Bezugsgrößen gewonnen werden:

$$L_m = \frac{U_m}{u_\tau} H \qquad \omega_\tau = \frac{u_\tau}{H} \qquad (62)$$

Die Bedeutung der gefundenen Skalen besteht nun darin, daß bei Existenz eines universellen strömungsmechanischen Sachverhalts dieser durch dimensionslose Auftragung der entsprechenden Strömungsgrößen mit Hilfe der ermittelten Bezugsgrößen herausgefunden werden kann. Typische Zahlenwerte von L_m und ω_τ für das in Kapitel 5.1 beschriebene Experiment sind:

$$L_m = 20 H \quad , \quad \omega_\tau = 150 \text{ 1/s}$$

5.2.2.2 Skalierungseigenschaften einer der ausgebildeten Kanalströmung aufgeprägten kleinen Störung

Zur Herleitung der Gleichung für die der ausgebildeten, ebenen turbulenten Kanalströmung überlagerten Störung wird der folgende Störansatz für die abhängigen Variablen $\bar{U}_1$, $\bar{U}_2$, u_i und p gemacht:

gemittelte Größen:

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= \bar{U}_{K1} + \bar{V}_1 \\ \bar{U}_2 &= \bar{V}_2 \end{aligned} \qquad (63a)$$

zeitabhängige Größen:

$$u_i = u_{K1} + v_i \quad (63b)$$

$$p = p_K + p_S$$

Die Terme $\bar{u}_{K1}$, u_{Ki} und p_K beschreiben die ausgebildete Kanalströmung, die Terme $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$, v_i und p_S die durch die Störung hervorgerufene Änderung der gemittelten und der zeitabhängigen Bewegung.

Zwecks einer übersichtlicheren Schreibweise werden im folgenden die Geschwindigkeitskomponenten der ausgebildeten, ungestörten Kanalströmung ohne den Index " K " dargestellt. Die überlagerte Störbewegung wird vom Betrag her als klein gegenüber der Schwankungsbewegung der Grundströmung angenommen, so daß quadratische Terme in den Störkomponenten gegenüber den linearen vernachlässigt werden können (d.h. $V_i \ll U_{Ki}$, $v_i \ll u_{K1}$, $p_S \ll p_K$). Eine nähere Präzisierung dieser Aussage mittels des Störparameters ϵ_S folgt unter der Gleichungsnummer (66).

Einsetzen der Beziehungen (63) in Gleichung (57) liefert unter den Annahmen der Linearisierung und nach Subtraktion der entsprechenden Gleichung für den ungestörten Zustand (dies ist die dimensionsbehaftete Form von Gleichung (60)) die folgende Gleichung für die x_1 -Komponente der Störbewegung:

(Gleichung befindet sich auf S. 118)

$$\begin{aligned}
 & u_1 \frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial t} + \\
 & u_1 \bar{v}_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \bar{u}_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_1 \bar{u}_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + u_1 \bar{v}_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \\
 & u_1 u_1 \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial x_1} + u_1 v_2 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} + v_1 u_2 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} + u_1 u_2 \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial x_2} + \\
 & 2u_1 v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_1 u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \\
 & u_1 v_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + v_1 u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + u_1 u_2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \\
 & v_1 u_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + v_3 u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + u_1 u_3 \frac{\partial v_1}{\partial x_3} - \\
 & v_1 \frac{\partial (\bar{u}_1 \bar{u}_1)}{\partial x_1} - 2u_1 \left(u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) - u_1 v_1 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_2} - \\
 & u_1 u_2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} - u_1 u_1 \frac{\partial v_2}{\partial x_2} - u_1 v_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} - v_1 \frac{\partial (\bar{u}_1 \bar{u}_2)}{\partial x_2} + \\
 & \frac{1}{\rho} \left(u_1 \frac{\partial p_s}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{64}$$

Zur Abschätzung der Größenordnung der einzelnen Gleichungsterme werden die abhängigen und unabhängigen Variablen entsprechend der Vorgehensweise in Kapitel 5.2.2.1 unter Berücksichtigung der experimentellen Ergebnisse dimensionslos gemacht.

Ein wesentliches Ergebnis der eigenen Messungen bestand darin, daß das Abklingverhalten der Störbewegung entsprechend Bild 60 in zwei Bereiche unterteilt werden kann. Diese sind bereits als "Nahfeld" und "Fernfeld" bezeichnet worden. Das Abklingverhalten unterscheidet sich in den beiden Bereichen deutlich voneinander. Um zu einer korrekten Abschätzung von Größenordnungen zu kommen, müssen die beiden genannten Bereiche getrennt behandelt werden.

5.2.2.2.1 Das Nahfeld

Für den Nahbereich werden die abhängigen und unabhängigen Variablen in Gleichung (64) nach folgender Vorschrift dimensionslos gemacht.

Grundbewegung:

$$\bar{U}_1 = U_m \tilde{U}_1 \left(\frac{x_2}{H} \right) \quad (65a)$$

$$u_1 = u_\tau \tilde{u}_1 \left(\frac{x_1}{L_m}, \frac{x_2}{H}, \frac{x_3}{H}, t \omega_\tau \right) \quad (65b)$$

$$p = \rho u_\tau^2 \tilde{p} \left(\frac{x_1}{H}, \frac{x_2}{H}, \frac{x_3}{H}, t \omega_\tau \right) \quad (65c)$$

Störbewegung:

$$\bar{V}_1 = u_{sN} \tilde{V}_1 \left(\frac{x_1}{L_{s \times N}}, \frac{x_2}{L_{syN}} \right) \quad (65d)$$

$$\bar{v}_2 = u_{sN} \tilde{v}_2 \left(\frac{x_1}{L_{sxN}}, \frac{x_2}{L_{syN}} \right) \quad (65e)$$

$$v_i = u_{sN} \tilde{v}_i \left(\frac{x_1}{L_{sxN}}, \frac{x_2}{L_{syN}}, \frac{x_3}{L_{szN}}, t \omega_s \right) \quad (65f)$$

$$p_s = \rho u_t u_{sN} \tilde{p}_s \left(\frac{x_1}{H}, \frac{x_2}{H}, \frac{x_3}{H}, t \omega_s \right) \quad (65g)$$

Das Symbol " S " bedeutet " Störung, " N " steht für Nahfeld. Während die Beziehungen 65a-65c die ungestörte Kanalströmung beschreiben, gelten die Beziehungen 65d - 65g für die überlagerte Störbewegung.

Für die Störbewegung müssen die Bezugsgeschwindigkeit u_{sN} und die Bezugslängen L_{sxN} , L_{syN} und L_{szN} sowie die Bezugszeit ω_s so gewählt werden, daß entsprechend der Vorgehensweise in Kapitel 5.2.2.1 bei Einsetzen der Beziehungen 65 in Gleichung (64) die entstehenden dimensionslosen Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsgradienten die Größenordnung $O(1)$ annehmen. Diese Wahl wird mit Unterstützung durch die Meßergebnisse durchgeführt.

$$u_{sN} = \epsilon_s u_t \quad \text{mit} \quad \epsilon_s \rightarrow 0 \quad \text{oder präziser} \quad \epsilon_s = o(1)$$

$$L_{sxN} = o(L_m) \quad (66a)$$

$$L_{syN} = o(L_{sxN}) \quad (66b)$$

$$L_{szN} = o(L_m) \quad (66c)$$

Das Symbol $o(1)$ bedeutet: von kleinerer Größenordnung als 1.

ε_s ist somit der dimensionslose Parameter, der die Stärke der Störbewegung gegenüber der Grundschwankungsbewegung darstellt.

Diese Wahl bringt zum Ausdruck, daß im Störquellennahbereich Gradienten quer zur Strömungsrichtung viel größer sind als Gradienten in Strömungsrichtung, und daß die ursprünglich zweidimensionale Störung im wesentlichen eben bleibt (s. Gl.(66c)). Weiterhin soll gelten:

$$\omega_\tau = 0 \quad (\omega_s) \quad (67)$$

Der Grund für diese Einschränkung wird im folgenden noch verdeutlicht. Zusammen mit dem in Kapitel 5.2.2.1 ermittelten Skalierungsverhalten für die Turbulenzbewegung in der ungestörten Kanalströmung

$$L_m = \frac{U}{u_\tau} H \quad \text{und} \quad \omega_\tau = \frac{u_\tau}{H} \quad (68)$$

ergibt sich nach Einsetzen der Beziehungen (65) und (66) in Gleichung (64), Vernachlässigung relativ kleiner Terme und Einführung der folgenden Abkürzungen

$$\tilde{t} = t \omega_s, \quad \tilde{x}_1 = \frac{x_1}{L_{sxN}}, \quad \tilde{x}_2 = \frac{x_2}{L_{syN}} \quad (69)$$

die folgenden Näherungsgleichung für das Abklingverhalten der Störbewegung im Nahbereich der Störquelle.

$$\begin{aligned}
 & \overset{\text{I}}{\frac{\omega_s L_{\text{syN}}}{u_\tau} \ddot{u}_1} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \tilde{t}} + \overset{\text{II}}{\frac{U_m L_{\text{syN}}}{u_\tau L_{\text{sxN}}} \ddot{u}_1 \ddot{u}_1} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \tilde{x}_1} + \overset{\text{III}}{\ddot{u}_1 \ddot{u}_2} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \tilde{x}_2} + \\
 & \overset{\text{IV}}{\ddot{u}_1 \ddot{u}_2} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \tilde{x}_2} + \overset{\text{V}}{\ddot{u}_1 \ddot{u}_2} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \tilde{x}_2} + \overset{\text{VI}}{\ddot{u}_1 \ddot{u}_1} \frac{\partial \tilde{v}_2}{\partial \tilde{x}_2} = 0 \quad (70)
 \end{aligned}$$

Da alle Terme in obiger Gleichung von gleicher Größenordnung sein sollen, ergibt sich durch Gleichsetzen der dimensionslosen Parameter für die Bezugslängen.

$$L_{\text{sxN}} = \frac{U_m}{\omega_s}, \quad L_{\text{syN}} = \frac{u_\tau}{\omega_s} \quad (71)$$

Die Bezugsgrößen L_{sxN} und L_{syN} können somit mit charakteristischen Merkmalen der ungestörten Kanalströmung und der aufgeprägten Störbewegung, nämlich den Bezugsgeschwindigkeiten U_m und u_τ sowie der Bezugszeit ω_s in Beziehung gesetzt werden.

Die Relevanz der Bezugsgröße zeigt Bild 61. Es ist das Abklingen der Störbewegung in x_1 -Richtung, dimensionslos gemacht mit der Bezugslänge U_m/ω_s aufgetragen. Sowohl für die Messungen von Hussain und Reynolds als auch für die eigenen Messungen ist ein universelles Abklingverhalten erkennbar.

Die zeitliche Mittelung von Gleichung (70) ergibt die folgende Gleichung:

$$\overset{\text{I}}{\ddot{u}_1 \ddot{u}_1} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \tilde{x}_1} + \overset{\text{II}}{\ddot{u}_1 \ddot{u}_2} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \tilde{x}_2} + \overset{\text{III}}{\ddot{u}_1 \ddot{u}_2} \frac{\partial \tilde{v}_1}{\partial \tilde{x}_2} = 0 \quad (72)$$

Die Gleichung beschreibt ein Gleichgewicht zwischen einem

Konvektionsterm (I), einem Produktionsterm (II) und einem Diffusionsterm (III). Eine analytische bzw. numerische Lösung dieser Gleichung ist ohne weitere Schließungsannahmen nicht möglich.

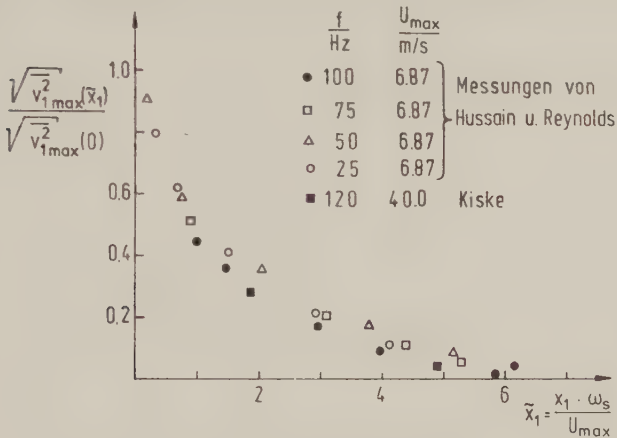


Bild 61: Universelles Abklingverhalten der Störbewegung

Wenn zugelassen wird, daß entgegen der Einschränkung entsprechend Gleichung (67)

$$\omega_s = O(\omega_\tau),$$

ergibt sich exakt die Gleichung (72), die Skalierungseigenschaften entsprechend der Beziehung (71) können damit wegen des Wegfallens von Term I in Gleichung (70) jedoch nicht mehr bestimmt werden. Um das Abklingverhalten der Störung mit typischen "zeitlichen" Eigenschaften der Störbewegung in Verbindung bringen zu können, ist die Einschränkung gemäß Beziehung (67) zwingend erforderlich.

5.2.2.2.2 Das Fernfeld

Für den störquellenfernen Bereich werden die abhängigen und unabhängigen Variablen wie folgt dimensionslos gemacht:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= u_{SF} \hat{V}_1 \left(\frac{x_1}{L_{SxF}}, \frac{x_2}{L_{SyF}} \right) \\ \bar{V}_2 &= u_{SF} \hat{V}_2 \left(\frac{x_1}{L_{SxF}}, \frac{x_2}{L_{SyF}} \right) \\ v_i &= u_{SF} \hat{v}_i \left(\frac{x_1}{L_{SxF}}, \frac{x_2}{L_{SyF}}, \frac{x_3}{L_{SzF}}, t \omega_s \right) \\ p_s &= \rho u_{\tau} u_{SF} \hat{p}_s \left(\frac{x_1}{H}, \frac{x_2}{H}, \frac{x_3}{H}, t \omega_s \right)\end{aligned}\tag{73}$$

Die Indices " F " und " S " stehen abkürzend für Fernfeld bzw. Störung.

Die entsprechenden Vorschriften für die ungestörte Kanalströmung sind bereits in Kapitel 5.2.2.2.1 definiert worden (siehe die Gleichungen 65a - 65c).

Die neu definierten dimensionslosen Variablen werden wie folgt abgekürzt:

$$\hat{x}_1 = \frac{x_1}{L_{SxF}}, \hat{x}_2 = \frac{x_2}{L_{SyF}}, \hat{x}_3 = \frac{x_3}{L_{SzF}}\tag{74}$$

Für die relative Größe der Bezugslängen wird unter Bezug auf die experimentellen Ergebnisse gesetzt:

$$u_{sF} = \epsilon_s u_t \frac{u_t}{\omega_{sH}} \quad (75a)$$

$$L_{syF} = o(L_{sxF}) \quad (75b)$$

$$L_{szF} = O(L_{syF}) \quad (75c)$$

Dieser Ansatz drückt aus, daß

- die Störung betragsmäßig schon um einen Faktor der Größenordnung $u_t/(\omega_{sH})$ gegenüber der Ausgangsstörung kleiner geworden ist. (Daß diese Wahl aus Gründen der Anpassung mit dem Nahfeld vereinbar ist, wird später noch ersichtlich.)
- die Gradienten der Störbewegung quer zur Strömungsrichtung viel größer sind als in Strömungsrichtung.
- die Störbewegung dreidimensional geworden ist (Gl. (75b,c))

Nach Einsetzen der Beziehungen (73) und (74) in Gleichung (64) ergibt unter Berücksichtigung der Beziehungen (75) bei der Abschätzung der Größenordnung wegen

$$\omega_s \gg \omega_t \quad (\text{vgl. Gl (67)})$$

ein einziger Term als von höherer Größenordnung als alle anderen Terme. Es ergibt sich als vereinfachte Gleichung:

$$\frac{\partial \hat{v}_1}{\partial \tilde{\tau}} = 0 \quad (76)$$

Die physikalische Bedeutung dieser Aussage besteht möglicherweise darin, daß die ursprüngliche Störbewegung sich auf eine Art und Weise auf alle im Turbulenzspektrum vorkommenden Frequenzen verteilt hat, daß die Störung von der Frequenz der Störbewegung nicht weiter gekennzeichnet ist. Zur näherungsweisen Beschreibung des Abklingverhaltens der Störbewegung werden die Terme von Gleichung. (64) herangezogen, die nach Elimination von Term $u_1 \partial v_1 / \partial t$ als ranghöchste Terme übrigbleiben. Die vereinfachte Gleichung lautet:

$$\begin{aligned} & \frac{\omega_\tau H}{u_\tau} \hat{v}_1 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{t}} + \frac{U_m H}{u_\tau L_{sxF}} \check{u}_1 \check{u}_1 \frac{\partial \hat{v}_1}{\partial \check{x}_1} + \frac{U_m H}{u_\tau L_m} \hat{v}_1 \check{u}_1 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_1} + \check{u}_1 \hat{v}_2 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_2} + \\ & \frac{H}{L_{syF}} \check{u}_1 \check{u}_2 \frac{\partial \hat{v}_1}{\partial \check{x}_2} + \hat{v}_1 \check{u}_2 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_2} + \check{u}_1 \hat{v}_2 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_2} + \\ & \frac{H}{L_{syF}} \check{u}_1 \check{u}_2 \frac{\partial \hat{v}_1}{\partial \check{x}_2} + \hat{v}_1 \check{u}_2 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_2} + \check{u}_1 \hat{v}_2 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_2} + \frac{H}{L_{szF}} \check{u}_1 \check{u}_3 \frac{\partial \hat{v}_1}{\partial \check{x}_3} + \hat{v}_1 \check{u}_3 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_3} + \\ & \check{u}_1 \hat{v}_3 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_3} - \check{u}_1 \hat{v}_1 \frac{\partial \check{u}_2}{\partial \check{x}_2} - \frac{H}{L_{syF}} \check{u}_1 \check{u}_2 \frac{\partial \hat{v}_1}{\partial \check{x}_2} - \check{u}_1 \hat{v}_2 \frac{\partial \check{u}_1}{\partial \check{x}_2} - \frac{H}{L_{syF}} \check{u}_1 \check{u}_1 \frac{\partial \hat{v}_2}{\partial \check{x}_2} - \\ & \hat{v}_1 \frac{\partial (\check{u}_1 \check{u}_2)}{\partial \check{x}_2} + \hat{v}_1 \frac{\partial \check{p}}{\partial \check{x}_1} + \check{u}_1 \frac{\partial \hat{p}_3}{\partial \check{x}_1} = 0 \end{aligned} \quad (77)$$

Da alle Terme von Gleichung (77) von gleicher Größenordnung sein sollen, ergibt sich durch Gleichsetzen der dimensionslosen Kenngrößen:

$$L_{sxF} = L_m, \quad L_{syF} = H, \quad L_{szF} = H \quad (78)$$

Die zur Herleitung der vorigen Beziehungen benutzte Wahl der Bezugsgeschwindigkeit u_{SF} entsprechend Gleichung (75a) läßt sich mit Hilfe der Überlegung begründen, daß das Abklingverhalten der Störung im Übergangsbereich Nahfeld - Fernfeld sowohl vom Nahfeld als auch vom Fernfeld größenordnungsmäßig richtig wiedergegeben werden muß. Mathematisch formuliert ist diese Aussage die Anpaßbedingung zum Anpassen asymptotischer Entwicklungen in singulären Störungsproblemen, wie sie von Van Dyke (1975) aufgestellt worden ist. Angewandt auf das hier vorliegende Problem lautet diese Anpaßbedingung:

$$\lim_{\tilde{x}_1 \rightarrow \infty} (\epsilon_{S\tau} u_{\tau} \tilde{v}_1) = \lim_{\hat{x}_1 \rightarrow 0} (u_{SF} \hat{v}_1) \quad (79)$$

Die Bezugsgeschwindigkeit u_{SF} muß so bestimmt werden, daß asymptotisch für große Werte $\tilde{x}_1$ die dimensionslose Geschwindigkeitskomponente $\tilde{v}_1$ im Maßstab $\epsilon_{S\tau}$ von der Größenordnung $O(1)$ ist, während für kleine Werte der Koordinate $\hat{x}_1$ die Komponente $\hat{v}_1$ im Maßstab u_{SF} von der Größenordnung $O(1)$ ist.

Für die dimensionslosen Störkomponenten $\tilde{v}_1$ und $\hat{v}_1$ wird in Anlehnung an das experimentell ermittelte Abklingverhalten der Störung unterstellt.

$$\tilde{v}_1 = (\tilde{x}_1)^{-1} \quad \text{und} \quad \hat{v}_1 = (\hat{x}_1)^{-1} \quad (80)$$

Mit $L_{SxF} = L_m = (U_m/u_{\tau})H$ entsprechend Kapitel 5.2.2.1 und $L_{SxN} = U_m/\omega_s$ entsprechend Kapitel 5.2.2.2.1 ergibt sich:

$$\tilde{v}_1 = (\tilde{x}_1)^{-1} \quad \text{und} \quad \hat{v}_1 = \frac{\omega_s H}{u_\tau} (\tilde{x}_1)^{-1} \quad (81)$$

Einsetzen dieser Beziehungen in die Anpaßbedingung liefert:

$$\lim_{\tilde{x} \rightarrow \infty} e_s u_\tau (\tilde{x}_1)^{-1} = \lim_{\tilde{x} \rightarrow \infty} u_{sF} \frac{\omega_s H}{u_\tau} (\tilde{x}_1)^{-1} \quad (82)$$

Diese Gleichung ist erfüllt für:

$$u_{sF} = e_s u_\tau \frac{u_\tau}{\omega_s H} \quad (83)$$

Diese Aussage entspricht der in Gleichung (75a) gewählten Bezugsgeschwindigkeit für die Komponenten der Störgeschwindigkeiten im Fernfeld der Störquelle.

Die physikalische Aussage des Ergebnisses (78) besteht in Übereinstimmung mit dem Ergebnis entsprechend Gleichung (76) darin, daß das Abklingverhalten der Störbewegung nicht mehr von den Eigenschaften der Störung bestimmt wird, sondern nur noch von den Eigenschaften der ungestörten Kanalströmung abhängt.

Ein quantitativer Vergleich der für das Fernfeld theoretisch ermittelten mit den experimentellen Ergebnissen ist nicht möglich. Da einerseits U_m/u_τ im Regelbereich der Kanalgeschwindigkeit nur sehr schwach von der Reynoldszahl abhängt, andererseits die Kanalhöhe H fest vorgegeben ist, konnten unterschiedliche Werte der charakteristischen Längen L_{sxF} und L_{syF} experimentell nicht realisiert werden.

6. Zusammenfassung

In Kapitel 4 ist gezeigt worden, daß ein einfaches Rechenverfahren sehr gute Rechenergebnisse liefern kann, wenn nur den Skalierungseigenschaften der Strömung entsprechend Rechnung getragen wird.

Es hat sich allerdings auch herausgestellt, daß die im Rechenverfahren verwendeten empirischen Gesetze und Konstanten keine universelle Repräsentation der Physik sind.

Zwar ist das Anwachsen einer inneren Mischungsschicht der untersuchten Klasse von Strömungen gemeinsam, jedoch ist die Art und Weise des Anwachsens der inneren Mischungsschicht und damit auch die Art und Weise des Abklingens der Störung noch für die jeweilige Strömungskonfiguration unterschiedlich und muß durch unterschiedliche Konstanten berücksichtigt werden.

Um einen tieferen Einblick in wesentliche physikalische Eigenschaften turbulenter Scherschichten mit gestörter Turbulenzstruktur zu gewinnen, wurde beispielhaft der Relaxationsvorgang einer der ausgebildeten Kanalströmung überlagerten periodischen Störung experimentell und theoretisch untersucht.

Die Wahl des vereinfachten Experiments macht es möglich, durch Trennung von Grundströmung und Störung das Verhalten der Störung experimentell zu untersuchen.

Das wesentlichste Ergebnis der experimentellen Untersuchung besteht darin, daß das Abklingen der Störung in zwei Bereiche aufgeteilt werden kann, in denen unterschiedliche physikalische Effekte maßgeblich sind.

Bei der Größenordnungsabschätzung der Terme der von der Zeit abhängigen Grundgleichungen ergab sich das Skalie-

ungsverhalten in den beiden Bereichen, die Nahfeld und Fernfeld genannt worden sind.

Es stellte sich heraus, daß die Größe des Verhältnisses von Störfrequenz und charakteristischer Frequenz der Grundströmung, gekennzeichnet durch den Parameter $(\omega_{SH})/u_T$, das Abklingverhalten der Störung maßgeblich beeinflußt.

Bei der Darstellung experimenteller Ergebnisse mit Hilfe der theoretisch ermittelten Skalen ergibt sich im Nahfeld ein universelles Abklingen der Störung.

Es erscheint erforderlich, bei der Modellierung von turbulenten Scherschichten mit gestörter Turbulenzstruktur die von der Zeit abhängenden Eigenschaften der Strömung auf geeignete Weise mit in das Modell einzubeziehen.

7. Literaturverzeichnis

- ANTONIA R.A., LUXTON R.E. (1971) The response of a turbulent boundary layer to a step change in surface roughness; Part 1. Smooth to rough. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 48, 721-761
- ANTONIA R.A., LUXTON R.E. (1972) The response of a turbulent boundary layer to a step change in surface roughness. Part 2. Rough to smooth. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 53, 737-757
- BLACKWELDER R.F., KAPLAN R.E (1976) The wall structure of turbulent boundary layer. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 76, 89-112
- BRADSHAW P. (1975) An introduction to turbulence and its measurement. Pergamon Press
- BRADSHAW P., UNSWORTH K. (1974) An improved Fortran program for the Bradshaw-Ferris-Atwell method of calculating turbulent shear layers. Imperial College of Science and Technology, Dept. of Aeronautics, I. C. Aero Report 74-02
- BRADSHAW P., CEBECI T., WHITELOW J. (1981) Engineering calculation methods for turbulent flow. Academic Press
- BROWN G.L., ROSHKO A. (1974) On density effects and large scale structure in turbulent mixing layers. Journal of Fluid Mechanics, Vol 64, 775-816
- CRAWFORD M.E., KAYS W.M. (1976) STAN 5 - A program for numerical computation of two dimensional internal and external boundary layer flows. NASA CR-2742, Washington, D.C..
- CHEVRAY R., KOVASZNY L.S.G. (1969) Turbulence measurement in the wake of a thin flat plate. AIAA Journal, Vol. 7, 1641-1643

- FAYET J., GAREM H., TSEN L.F. (1971) Montage et experience sur le sillage symmetrique d'une plaque plane. Dans un ecoulement uniforme, CEAT, Poitiers, Rep. 70/145
- DEMITRIADES A. (1971) Computation of numerical data on the mean flow from compressible turbulent wake experiment. Publ. No. U-4970, Aeronautics Div., Phileo-Ford Corp.
- GREEN J.E., WEEKS D.J., BROOMAN J.W.F. (1973) Prediction of turbulent boundary layers and wakes in compressible flow by a Lag-Entrainment method. ARC RuM Report No. 3791
- HEAD M.R. (1958) Entrainment in the turbulent boundary layer. R. u. M. Report No. 3152
- HEAD M.R., PATEL V.C (1968) Improved entrainment method for calculating turbulent boundary layer development. R&M Report No. 3643
- HEAD M.R., VASANTA RAM V. (1971) Simplified presentation of Preston Tube calibration. The Aeronautical Quarterly, Vol. XXII, 295-300
- HUSSAIN A.K.M.F., REYNOLDS W.C. (1971) The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 41, 241-258
- HUSSAIN A.K.M.F., REYNOLDS W.C. (1972) The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow. Part 2. Experimental results, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 54, 241-261
- KISKE S., VASANTA RAM V., PFARR K. (1981) The effect of disturbed turbulence structure on the Preston Tube method of measuring wall shear stress. The Aeronautical Quarterly, Vol 32, 354-367
- KISKE S., v. SCHULZ HAUSMANN F., VASANTA RAM V. (1981) Hitzdrahtmeßtechnik: Grundlagen und Anwendungen. Institutsbericht Nr. 101, Institut für Thermo- und Fluidmechanik, Ruhr-Universität Bochum, Bochum
- LAUNDER B.E, MORSE A.P., RODI W., SPALDING D.B. (1973) The prediction of free shear flows - a comparison of the performance of six turbulence models. Proc. NASA Langley Free Turbulent Shear Flows Conf., Vol. 1, NASA SP 320

- LAUNDER B.E., SPALDING D.B. (1974) The numerical computation of turbulent flow. Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3, 269 ff
- LAUFER J. (1950) Investigation of turbulent flow in a two-dimensional channel. NACA TN 2123
- LYRIO A.A., FERZIGER J.H., KLINE S.J. (1981) An integral method for the computation of steady and unsteady turbulent boundary layer including the transitory stall in diffusors. Rep. PD-23, Thermosciences division department of mechanical engineering, Stanford University, Stanford, California
- NARASIMHA R., PRABHU A. (1972) Equilibrium and relaxation in turbulent wakes. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 54, 1-17
- SCHLICHTING H. (1979) Boundary layer theory. 7th ed., Mc. Graw Hill Book Company
- TANI I., MAKITA H. (1971) Response of a turbulent shear flow to a stepwise change in wallroughness. Zeitschrift für Flugwissenschaften, Bd. 19, 335-339
- TOWNSAND A.A. (1976) The structure of turbulent shear flow. 2nd ed., Cambridge University Press
- PAIZIS S.T., SCHWARZ W.H. (1975) Entrainment rates in turbulent shear flows. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 68, 297-308
- POT P.J. (1979) Measurement in a 2-d wake and in a 2-d wake merging into a boundary layer, NLR Technical Report 79063 L, National Aerospace Laboratory NLR, The Netherlands
- PRANDTL L. (1925) Über die ausgebildete Turbulenz. ZAMM, Vol. 5, 136ff
- RAMAPRIAN B.R., PATEL V.C., SASTRY M.S. (1981) Turbulent wake developement behind streamlined bodies. IIHR Report No. 231, Iowa Institute of Hydraulic Research, The University of Iowa, Iowa City, Iowa

- REYNOLDS W.C., HUSSAIN A.K.M.F. (1972) The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow. Part 3. Theoretical models and comparison with experiments. Journal of Fluid Mechanics, Vol 54, 263-288
- RODI W. (1980) Turbulence models and their application in hydraulics. IAHR State of the Art Paper
- ROTTA J.C. (1972) Turbulente Strömungen. B.G. Teubner Verlag
- TOWNSEND A.A. (1977) The structure of turbulent shear flow. 2nd ed., Cambridge University Press
- VAN DYKE M. (1964) Perturbation methods in fluid mechanics. Academic Press, New York and London
- VASANTA RAM V., v.SCHULZ HAUSMANN F. (1977) A study of the relaxation process in turbulent channel flow. Proceedings Symposium on Turbulent Shear Flows. Pennsylvania State University.
- VASANTA RAM V., KISKE S. (1977) An investigation into the relaxation process following a stepwise change of wall roughness in turbulent channel flow. Proceedings Symposium on Turbulence, Technische Universität Berlin, Springer Verlag
- VASANTA RAM V., MIYATA M. (1980) A study of the scales involved in the adjustment of turbulent channel flow to a step change in wall roughness. Proceedings First Asian Congress in Fluid Mechanics, Indian Institute of Science, Bangalore, Indien
- WALZ A. (1966) Strömungs- und Temperaturgrenzschichten. Verlag G.Braun, Karlsruhe
- WAUSCHKUHN P., VASANTA RAM V. (1975) Die turbulente Grenzschicht hinter einem Ablösegebiet. Zeitschrift für Flugwissenschaften, Bd. 23, 1-9
- ZHOU M.D., SQUIRE L.C. (1981) The interaction of a wake with a boundary layer. Data Report of Cambridge University Engineering Departement, CUED / A-AERO / TR 11

L E B E N S L A U F

Siegfried Kiske, geboren am 11. März 1951 in Greven

Eltern	Alfred Kiske, Landwirt und seine Ehefrau Angela
Schulen	April 1957 - März 1962 Volksschule in Greven April 1961 - Mai 1969 Gymnasium Augustinianum in Greven Reifeprüfung im Mai 1969
Bundeswehr	Wehrdienst bei einer Instandsetzungseinheit von Oktober 1969 - September 1971
Studium	Maschinenbau an der Ruhr-Universität Bochum von Oktober 1971 - Juni 1977 Diplomprüfung: Juni 1977 Diploma Course am von Karman Institute for Fluid Dynamics in Rhode St. Genese, Belgien von Oktober 1977 - Juni 1978 von Karman Diplom im Juni 1978
Tätigkeit	August 1978 - wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Thermo - und Fluidodynamik der Ruhr- Universität Bochum Lehrstuhl Prof. Dr.-Ing K. Gersten

